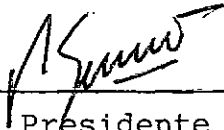


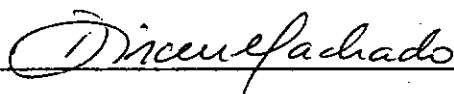
PROBABILIDADES DE DURAÇÃO DE SECA EMPREGANDO A
TEORIA DE RUNS

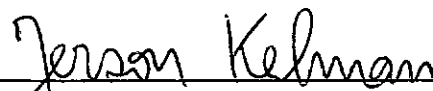
Nabil Joseph Eid

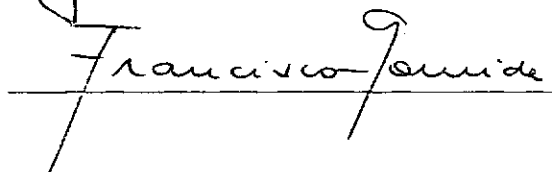
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

Aprovada por:


Presidente


Vice-presidente


Jerson Kelman


Francisco J. J. J.

RIO DE JANEIRO
ESTADO DO RIO DE JANEIRO - BRASIL
SETEMBRO DE 1976

"O Homem se transforma e transforma o mundo
a Natureza"

RESUMO

Foi efetuada a análise estrutural univariada e bivariada, considerando-se intervalos mensais e anuais, de quatro sêries de vazões e duas de precipitações. A bivariada considerou, ainda, dois conjuntos distintos: o das vazões e o das precipitações. Foi ajustada, a cada componente independente das sêries investigadas, uma distribuição log-normal de três parâmetros, no caso mensal, e uma distribuição normal, no caso anual.

Foram determinadas as distribuições de probabilidades de ocorrência dos maiores comprimentos de runs em sêries finitas de comprimento $N = 300, 600$ e 1200 (caso mensal) e $N = 25, 50$ e 100 (caso (anual)), e as distribuições de probabilidades de ocorrência dos comprimentos de runs em sêries infinitas, para níveis de corte q , correspondentes à demanda, iguais a $.3, .4$ e $.5$, considerando-se os casos univariado e bivariado. Tais distribuições foram avaliadas através do método experimental de Monte Carlo de geração de sêries univariada e bivariada. Foram efetuadas comparações entre os métodos experimental e exato e entre os métodos experimental e aproximado, tendo também sido efetuada uma análise da representatividade da situação crítica histórica.

ABSTRACT

The univariate and bivariate structural analysis was made considering monthly and yearly time intervals of four runoff series and two rainfalls series. A log normal three distribution was adjusted to each independent component of hydrologic series available where the time interval was considered to be a month. In case of yearly time intervals a normal distribution was adjusted.

Probability distributions of longest negative run-length in given series of length $N = 300, 600$ and 1200 (monthly case) and $N = 25, 50$ and 100 (yearly case) and probability distributions of the run-lengths in infinite series for truncation levels q ($q = .3, .4$ and $.5$) that correspond to the demand were determined, considering the univariate and the bivariate case. The distributions were evaluated by the experimental method of Monte Carlo with univariate and bivariate series generation. Comparisons between experimental and exact methods and between experimental and approximate methods were made as well as an analysis of the representativity of the critical historical situation.

ÍNDICE

I	- INTRODUÇÃO	1
	1 - Generalidades	1
	2 - Objetivos	3
II	- REVISÃO DA LITERATURA	5
	1 - Secas e Estiagens no Brasil	5
	2 - Análise Estrutural de Séries Hidrológicas	7
	3 - Teoria de Runs no Estudo de Secas	11
III	- ANÁLISE DA ESTRUTURA DE SÉRIES HIDROLÓGICAS	20
	1 - Identificação de Tendências e Saltos	21
	2 - Técnicas Básicas Empregadas na Análise da Estrutura .	21
	3 - Remoção da Periodicidade nas Séries Mensais	24
	1 - Testes de Hipóteses de Constância de Parâmetros	25
	2 - Métodos de Remoção da Periodicidade	27
	3 - Teste de Significância do Número de Harmônicas no Caso do Método Paramétrico	32
	4 - Investigação do Modelo Linear de Dependência	36
	5 - Ajuste de Distribuição à Componente Estocástica In- dependente	45
	6 - Análise da estrutura de Séries Hidrológicas Anuais ..	50
IV	- TEORIA DE RUNS APLICADA AO ESTUDO DE SECAS	51
	1 - Comprimento de Run. Caso Univariado	52
	2 - Comprimento de Run. Caso Bivariado	58
	3 - Modelo de Geração	69

V	- CASOS DE APLICAÇÃO	75
1	- Análise Estrutural das Séries para o Caso Univariado .	77
2	- Análise Estrutural das Séries para o caso Bivariada Mensais e Anuais	84
3	- Geração de Séries	85
4	- Teoria de Runs Univariada	89
5	- Teoria de Runs Bivariada	92
6	- Discussão dos Resultados	105
7	- Representatividade da Situação Crítica Histórica ..	119
VI	- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	144
	BIBLIOGRAFIA	146

I - INTRODUÇÃO

1 - GENERALIDADES

Seca ou estiagem é o fenômeno físico caracterizado basicamente pelo deficit de água, para diversas necessidades, o que altera profundamente as condições sociais e econômicas de uma região, muitas vezes não se limitando apenas a esta.

Problema que assola diversas regiões do mundo, não tem a mesma diversidade de métodos científicos de previsão que são encontrados para o caso das enchentes. Há, até hoje, métodos empíricos e subjetivos de previsão de secas que baseiam-se na tradição da cultura popular, lançando mão de folhetos publicados em tempos idos, que manipulados por místicos apregoam métodos de identificação de sinais elucidativos da proximidade de chuvas ou estiagens . [Jornal do Brasil (1975)]. Tais métodos, por mais funcionais que pareçam, não trazem consigo perspectivas geográficas amplas, ou mesmo ao longo do tempo, de aplicação prática e conclusiva.

Uma outra abordagem que tem sido desenvolvida para previsão de secas utiliza a aparente relação entre a ocorrência de secas e as manchas solares para predizer tais eventos extremos. Esta abordagem, discutida por Rodriguez-Iturbe et al (1968), foi contestada pelo mesmo autor que através do uso da análise espectral cruzada concluiu que tal relação não existe, e que esta técnica não se presta à previsão de secas.

A ocorrência de um evento extremo geralmente traz, em consequência, a implantação de medidas que tendem a aliviar seus danos, aparelhando-se melhor para precaver-se no caso de sua repe-

tição. Tal é o caso no nordeste do Brasil, onde desde o início do século tem sido realizadas, de forma muitas vezes empírica, obras que tendem a aliviar as frequentes secas da região.

A construção de açudes em cabeceiras de rios foram efetuadas, algumas vezes, com prejuízos àqueles que deles usufruíam, como também aos financiadores [Pinheiro (1959 a)]. Estes prejuízos foram o resultado de muitas obras de açudagem previstas com base em dados empíricos e de modo precário, ou também tendo sido inspiradas nas experiências de outros países, através de técnicos e engenheiros cuja experiência foi adotada, muitas vezes, sem uma adaptação às condições locais. [Lisboa (1959)].

No entanto, as secas ou estiagens exigem soluções e as medidas que podem ser tomadas no sentido de aliviar seus efeitos podem ser subdivididas em três grupos básicos [Yevjevich (1967)]:

- a) redução do consumo de água por medidas técnicas, econômicas ou administrativas durante uma seca;
- b) implementação de planos de emergência durante a seca, incluindo a captação da água de outras fontes disponíveis localmente; e
- c) promovendo a instalação de linhas temporárias de abastecimento que visam transferir a água ou seu subproduto (energia), de regiões distantes, onde a disponibilidade é superior à demanda.

Um outro método não previsto por Yevjevich (1967) é o de inseminação artificial, com vistas a uma mudança no clima da região. Tal método encontra-se em fase de estudos no Centro Tecnológico Aeroespacial, sob a liderança do Prof. Rodolpho Paes Leme Ramos (1976), porém se prevê a necessidade de um tempo de 20 a 25 anos para a obtenção de resultados conclusivos.

Takeuchi (1974) apresenta uma análise das condições

geográficas, técnicas e sócio econômicas da viabilidade de se executar um plano de combate à seca, para o caso norte-americano, que pode vir a se tornar um subsídio para a implantação de plano semelhante, que se submeta à realidade brasileira.

Estudos de viabilidade técnica-econômica serão necessários para a determinação das medidas a serem implantadas, e é neste sentido que a determinação das probabilidades de ocorrência de seca, em diferentes condições de demanda, pode contribuir na formação de alternativas viáveis para a deliberação do problema.

Runs, como uma propriedade estatística das séries temporais, tanto no tempo como no espaço representa, aparentemente, o melhor parâmetro básico para uma definição de seca ou estiagem. O comprimento de um run negativo pode representar a duração da seca, enquanto que um run-soma pode indicar o deficit de água na seca. [Yevjevich (1972 b)].

Para que se possa tratar da transferência de água de uma região para outra é preciso estudar-se a complementaridade dos regimes hidrológicos, e para tal iniciativa a teoria dos runs bivariados pode fornecer os elementos necessários.

2.- OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é a determinação das probabilidades de duração de seca numa região considerada isoladamente, como também em duas simultaneamente, com o intuito de fornecer elementos para a definição das medidas a serem adotadas no combate à seca, tanto do ponto de vista hidráulico, quanto do energético.

Quanto à continuidade deste trabalho, no Capítulo II se fará uma revisão da literatura no que se refere a secas, análise estrutural de séries hidrológicas e teoria de runs, e no Capítulo III serão desenvolvidos os preceitos básicos da análise estrutural de séries hidrológicas aqui empregadas. No Capítulo IV apresenta-se a metodologia empregada no estudo dos comprimentos de runs univariados, bivariados e os modelos de geração de séries hidrológicas; os casos de aplicação com seus respectivos resultados são analisados no Capítulo V. No Capítulo VI encontram-se as conclusões e recomendações deste trabalho.

II - REVISÃO DA LITERATURA

Visando o posicionamento do trabalho desenvolvido com relação ao conjunto de técnicas e abordagens existentes na literatura, efetuou-se um levantamento bibliográfico, que não se pretende exaustivo, abordando os três pontos de interesse: as secas e estiagens no Brasil, razão do presente trabalho; as técnicas de análise estrutural, instrumento necessário para o conhecimento das sequências hidrológicas; e a teoria dos comprimentos de runs como ferramenta no estudo da distribuição de probabilidade de duração de secas.

1 - SECAS E ESTIAGENS NO BRASIL

O problema da ocorrência de secas no Brasil localiza-se na região nordeste do país, e tem motivado diversos estudos sob diferentes pontos de vista, especialmente pelo pessoal vinculado ao Departamento Nacional de Obras Contra as Secas. |Pinheiro (1959 a) e (1959 b), Damasceno (1971) e Lisboa (1959)|.

A ocorrência das secas não tem sido muito bem definida ao longo da literatura, devido à abrangência do termo. Uma seca pode ser abordada sob o ponto de vista meteorológico, hidrológico, agrícola e outros mais, podendo haver superposição de um ou mais destes efeitos, e isto é o que não se encontra claro na bibliografia pesquisada.

Uma das muitas definições apresentadas em Subrahmanyam (1967) é da Associação Meteorológica Americana, que afirma ser a seca um período fora do normal, suficientemente prolongado para que

cause distúrbios no balanço hidráulico de uma determinada região. Em Maher (1966) é ressaltada a necessidade de se relacionar objetivamente o conceito de seca com o número de comunidades de animais e plantas, de uma determinada região, que fazem uso da água.

Entretanto, estiagem não possui uma conotação tão genérica, restringindo-se quase que exclusivamente ao ponto de vista hidráulico, embora não seja tão utilizado quanto "seca". Utilizaremos neste trabalho a primeira conotação (seca) para descrevermos o que a literatura nos expõe, no seu sentido mais geral, e posteriormente seu sentido ficará restrito aos aspectos hidro-meteorológicos, que envolvem, inclusive, a estiagem acima mencionada, e continuará a ser utilizada dessa forma ao longo deste trabalho.

A literatura brasileira recua ao século XVII na descrição de anos secos, porém esses anos mencionados como secos tem registros pouco esclarecedores. Nesse século os anos tidos como secos |Pineiro (1959 a)| são os de 1603, 1614 e 1692, sendo esta última a primeira reconhecidamente autêntica. Já no século seguinte anota-se como secos os anos de 1723-1727, 1736-1737, 1744-1745, 1777-1778 e 1790-1793, cujas informações ainda precárias e vagas, não caracterizadas numericamente, indicam mortandade de seres humanos, gado e a perda de quase a totalidade da produção agrícola. À medida que o tempo passou, as informações tornaram-se mais esclarecedoras, embora ainda muito deficientes, principalmente as relativas à grande seca de 1877, denominada seca tipo. No século XIX houve outros anos de seca, 1809-1810, 1816-1817, 1824-1825, 1844-1845, 1877-1879 e 1888-1889. Apesar da situação político-administrativa da época, e da precariedade dos meios de comunicação, consegue-se nes

te século caracterizar as micro-regiões atingidas e a sua relativa intensidade, isto quando as proporções se tornavam catastróficas. Neste nosso século temos registro das secas de 1900, 1903, 1915, 1919, 1931-1932, 1942, 1951, 1953, 1958, 1970 e no momento em que este trabalho está sendo concluído temos conhecimento de uma seca totalmente caracterizada. Tais secas possuem registros detalhados [Pinheiro (1959 a)], especialmente as de 1958 [Pinheiro (1959 b)] e 1970 [Damasceno (1971)], enquanto que a avaliação da que está este ano encontra-se apenas ao nível do noticiário da imprensa.

Além do nordeste, outras regiões do país, caracterizadas pelo clima semi-úmido, estão sujeitas a situações de deficit de água, o que traz como consequência uma seca relativa a um determinado nível de demanda. Tais secas relativas estão sujeitas a um confinamento geográfico, da mesma forma que o são as secas do nordeste.

Estudos de complementaridade de água entre tais regiões pode indicar a presença de duas ou mais regiões, que interligadas farão com que a eficiência do sistema, considerado como um todo, seja superior à eficiência das suas partes, consideradas isoladamente.

2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA DE SÉRIES HIDROLÓGICAS

Muita informação sobre a ocorrência de secas e estiagens está contida nas séries hidro-meteorológicas observadas. Torna-se portanto necessário estudar as características das séries observadas. Objetivando lograr tal intento, têm sido desenvolvidas técnicas de análise estrutural de séries hidrológicas tem

porais, encaradas como uma das possíveis realizações de um processo estocástico. Tais técnicas baseiam-se em certas hipóteses, as quais deverão ser investigadas para que não se cometa o erro de supor a análise efetuada superior às suas hipóteses. [Yevjevich (1972 a)].

Os processos estocásticos podem ser considerados como estacionários no sentido estrito ou no sentido amplo. Um processo estocástico é estacionário, de segunda ordem, no sentido amplo, quando sua média pode ser considerada igual a uma constante, e quando sua função de autocovariância depende unicamente da defasagem temporal ("lag") considerada.

Quanto a esta questão de estacionariedade, têm sido desenvolvidos modelos que consideram o caráter das séries temporais estacionários, ou então sazonal não estacionário.

Devido ao seu alto grau de complexidade, os processos estocásticos não estacionários não tem sido tão investigados quanto os estacionários. Kendall (1973) ao tratar dos processos estacionários faz, não apenas referências aos não estacionários, como também os analisa brevemente. Alguns dos modelos abordados por Kendall são os de Holt e Winters, Harrisson, e Box e Jenkins. Box e Jenkins (1970) desenvolveram um modelo geral, cuja abordagem aos processos estacionários constitui um caso particular.

Ainda acerca dos processos não estacionários em hidrologia, Rodriguez-Itumbre (1971) tem considerado a não estacionariedade das harmônicas ajustadas aos parâmetros da série, o que será discutido mais adiante.

Quanto à teoria dos processos estocásticos estacionários, esta recebeu grandes impulsos, e situam-se entre os seus

investigadores Hannan (1970), Anderson (1971), Grenander e Rosenblatt (1957)

Yevjevich [(1972 a), (1972 b)] tem-se dedicado à investigação dos processos estocásticos em hidrologia, constituindo-se a metodologia por ele desenvolvida o preceito básico a ser seguido neste trabalho.

Yevjevich (1972 a)) afirma que, após terem sido removidos todo tipo de tendências (ascendentes ou descendentes), saltos (não homogeneidades e inconsistências) das sequências de precipitação anual, precipitação anual efetiva vazão anual natural, obteremos séries temporais aproximadamente estacionárias. Afirma também que séries mensais das mesmas grandezas geralmente possuem uma periodicidade básica de 12 meses na média e no desvio padrão. Após a remoção desta periodicidade a série temporal é aproximadamente estacionária.

Portanto, e em se tratando de séries hidrológicas o que nos propomos a investigar neste trabalho, podemos baseados nestas afirmações adotar a metodologia de análise da estrutura de uma série temporal considerada estacionária.

Muitos investigadores tem-se proposto investigar a periodicidade em séries temporais. Schuster (1898) concebeu o periodograma, origem do atual estado de conhecimento da análise espectral. Após Schuster inúmeros outros progressos têm sido efetuados neste campo, cabendo a Tukey (1950) e Bartlett (1950) a responsabilidade de grande parte de tal progresso. Em publicação mais recente de Tukey (1967) encontra-se disponível um histórico detalhado do desenvolvimento das técnicas de análise espectral para sé

ries temporais periódicas. Com o advento dos computadores, a transformada rápida de Fourier assumiu uma posição de destaque dentro da análise espectral, tendo sido introduzida por Machado (1970) na análise de séries hidrológicas.

Outra abordagem de interesse é apresentada por Rodriguez-Iturbe (1971) em que a periodicidade das séries temporais não é investigada através de um único espectro de toda a série, mas sim através de um conjunto de espectros, variável ao longo do tempo, o que imprime um caráter não estacionário aos dados analisados. Tal afirmativa baseia-se no fato da atividade solar na superfície terrestre não ser um processo determinístico, mas sim um processo influenciado pela existência de filtros aleatórios tais quais a atmosfera, as nuvens e outros, através dos quais a radiação solar atua no processo hidrológico, concluindo então pela variabilidade do espectro ao longo do tempo. Para estimar esta variabilidade Rodriguez-Iturbe emprega técnicas de demodulação sugeridas por Tukey (1961).

Após a remoção de todo tipo de tendências, saltos (não homogeneidades e inconsistências) e periodicidades das séries históricas encontra-se uma série em que os componentes determinísticos foram removidos, restando-nos portanto a componente estocástica estacionária que pode ser dependente. Tal abordagem, que considera as componentes periódicas serem propriedades determinísticas dos parâmetros das séries temporais, é estabelecida por Yevjevich (1972 a)), e será aqui empregada. A análise estrutural de séries hidrológicas univariadas, neste contexto, tem sido empregada de diferentes formas no Brasil nos últimos 5 anos, sendo que algumas

delas muito simplificada. [Machado (1970), Braga et al (1973), Lattari e Guerrero (1975), entre outros]

Em relação ao processo estocástico hidrológico, este encontra-se sujeito a armazenamentos ao longo do ciclo hidrológico, que podem criar ou amplificar a dependência no tempo da variação estocástica [Yevjevich (1972 a)]. Para modelar tais dependências Wold (1954) promoveu a ligação entre o esquema auto regressivo investigado por Yule (1927) e o esquema de médias móveis de Slutsky (1937), com a teoria dos processos estocásticos estacionários [Parzen (1967)].

Box e Jenkins (1970) desenvolveram um modelo geral, em que a remoção da dependência da componente estocástica é efetuada através da integração dos esquemas de médias móveis com o auto-regressivo, o que lhe dá o poder de descrever processos estocásticos estacionários e não estacionários (modelo ARIMA). Aplicações hidrológicas do modelo de Box e Jenkins (1970), no Brasil, foram efetuadas por Araújo (1974), Souza (1974), entre outros.

Neste trabalho será empregado o esquema auto regressivo de primeira ou segunda ordem, que tem demonstrado satisfazer as necessidades de explicar a dependência das séries temporais hidrológicas.

3 - TEORIA DE RUNS NO ESTUDO DE SECAS

Devido a variedade de definições de run [Guerrero e Yevjevich (1975)] que tem sido utilizadas nas várias tentativas efetuadas de se abordar a teoria, torna-se imprescindível colocar o

que se entende por run, e que virá a ser empregado doravante.

A definição aqui empregada é a de Mood (1940), que aparenta ser a que melhor caracteriza a teoria de runs aplicada ao estudo de secas. Numa sequência de eventos de 2 tipos (caracterizados pelo sinal), um run é constituído por uma sucessão de eventos de um mesmo sinal, precedidos e sucedidos por eventos de sinal contrário. Com o conhecimento da distribuição de probabilidade que se ajusta à sequência da grandeza hidrológica estacionária, pode-se determinar os dois tipos (exclusivos) de sinal com o auxílio de um nível de corte, o qual pode se tornar o indicativo da probabilidade de ocorrência de valores abaixo (ou acima) dele. Portanto, um run negativo estará associado com um deficit, relativo a um determinado nível, e esta é a sua importância em termos de planejamento.

O nível de corte X_0 é tal que:

$$P |X_t \leq X_0| = q \quad (2.1)$$

o que significa haver uma probabilidade q da variável estocástica X_t encontrar-se abaixo do nível X_0 . Tal nível não necessita ser uma constante, podendo ser um processo determinístico (tendência), ou até mesmo determinístico-estocástico.

O número de eventos sucessivos de mesmo sinal (negativo) é definidor do comprimento do run, que pode ser associado com a duração da seca, e o somatório das magnitudes (negativas), definidor do run-soma, pode ser associado ao volume de deficit, como é indicado na figura 1a para runs univariados e 1b para runs bivaria

dos.

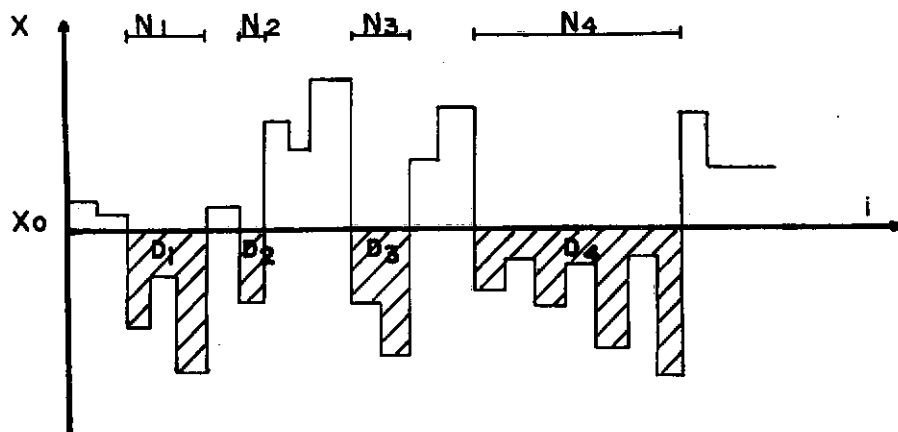


FIGURA 1a - DEFINIÇÃO DE RUN UNIVARIADO NEGATIVO, SEU COMPRIMENTO N E VOLUME DE DÉFICIT D .

No Brasil, Stamato (1973) investigando as distribuições de probabilidade de ocorrência dos comprimentos de runs, em amostras finitas de eventos independentes, apresenta estas distribuições para o caso em que apenas dois eventos diferentes são possíveis, e uma generalização para o caso de mais de dois eventos.

Basicamente há duas abordagens desenvolvidas para o estudo da teoria de runs. A primeira trata de runs em séries infinitas, onde a variável a estudar é o comprimento de run, enquanto que a segunda trata de runs em séries finitas, onde a variável a estudar é o maior comprimento de run. [Guerrero e Yevjevich (1975)].

Dentro de cada uma destas subdivisões básicas há que se levar em consideração o estado particular de cada uma das séries investigadas, isto é, a sua dependência ou independência no

domínio do tempo.

Para a determinação da probabilidade de ocorrência do maior comprimento de run em séries finitas, para processos univariados independentes, os trabalhos de De Moivre (1738), Whitworth (1896), Bateman (1948) e David e Barton (1962), entre outros, podem ser empregados. Bateman (1948), desenvolveu uma expressão explícita que fornece tal distribuição de probabilidade para um evento com sinal previamente conhecido. David e Barton (1962) também desenvolveram uma expressão para a determinação da mesma distribuição de probabilidade, e Feller (1957) obteve de modo recursivo, e em forma aproximada, esta mesma distribuição. Os parâmetros desta distribuição somente podem ser avaliados em casos especiais, isto em condições aproximadas. Cramer (1946) desenvolveu uma expressão que fornece a média assintótica, válida para grandes amostras, e Baticle (1946) também fornece equações assintóticas para a determinação dos parâmetros desta mesma distribuição.

Bateman (1948) também determinou a distribuição de probabilidade da ocorrência do maior comprimento de run numa amostra de comprimento dado, independentemente do sinal do evento obtido, para processos univariados dependentes, representados por cadeias de Markov de primeira ordem. Millan (1972) e Guerrero e Yevjevich (1975) trabalhando independentemente desenvolveram expressões para o caso da distribuição de probabilidade de ocorrência do maior comprimento de run numa amostra de comprimento dado, para processos com dependência linear auto regressiva de primeira ordem, através de aproximação que emprega cadeias de Markov.

Considerando-se os processos univariados em séries

independentes infinitas, a determinação da probabilidade de ocorrência dos comprimentos de runs é obtida através da distribuição de probabilidades geométrica. Downer, Siddiqi e Yevjevich (1967) e Llamas e Siddiqi (1969) investigaram tal distribuição de probabilidade e, estes últimos, concluíram ser esta independente da distribuição de probabilidade que se ajusta à componente estocástica, sendo no entanto dependente do nível de corte a que está submetida.

Para processos univariados dependentes, em que as séries são infinitas, a abordagem de Cox e Miller (1968) promove uma aproximação da dependência, representada por um modelo auto regressivo de ordem um, através da utilização das cadeias de Markov de dois estados. Saldarriaga e Yevjevich (1970), cujas investigações tiveram o mesmo objetivo, defrontaram-se com uma distribuição de probabilidade multivariada, cuja solução exata não viável fez com que fosse desenvolvida uma expressão aproximada que se utiliza da expansão tetracórica.

O caso bivariado comporta quatro combinações de sinais diferentes. Considerando-se os processos estocásticos X_t e Y_t , temos que em cada unidade de tempo podem ocorrer os casos: $|X_t \leq X_0 ; Y_t \leq Y_0|$, run negativo-negativo; $|X_t \leq X_0 ; Y_t > Y_0|$, run negativo-positivo; $|X_t > X_0 ; Y_t \leq Y_0|$, run positivo-negativo; e $|X_t > X_0 ; Y_t > Y_0|$ run positivo-positivo. Na figura 1b encontra-se representado o caso de run negativo-negativo.

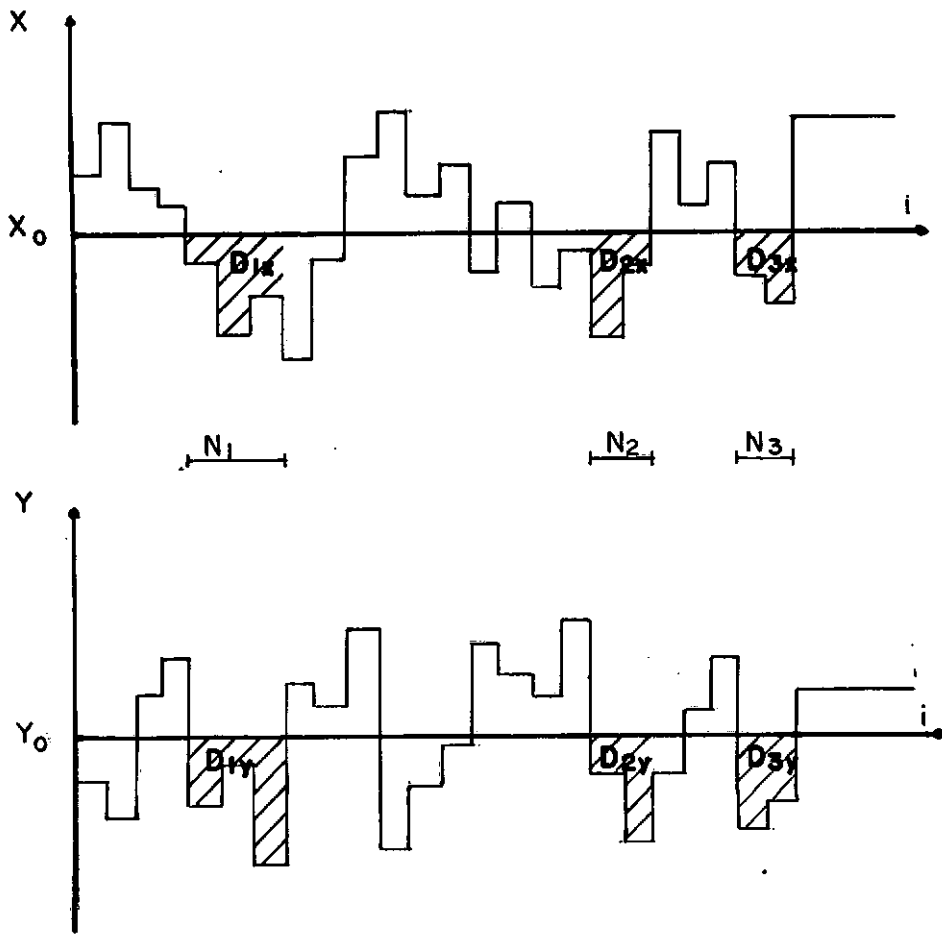


FIGURA 1b - DEFINIÇÃO DE RUN BIVARIADO NEGATIVO-NEGATIVO, SEU COMPRIMENTO N E VOLUME DE DEFICIT $D = D_x + D_y$

Na condição bivariada, além das considerações sobre séries finitas e infinitas há quatro alternativas de relação de dependência entre as séries, independentemente do tipo de run considerado (negativo-negativo ou outros):

- as séries são serial e mutuamente independentes
- as séries são serialmente independentes e mutuamente dependentes
- as séries são serialmente dependentes e mutuamente independentes

dentes.

d) as séries são serial e mutuamente dependentes.

Considerando as séries finitas, para a primeira alternativa David e Barton (1962) obtiveram uma solução, que independe da combinação de sinais. Guerrero e Yevjevich (1975), entretanto, indica ser tal solução complexa, podendo-se através de uma troca de variáveis reduzir-se o problema à determinação da distribuição de probabilidade de ocorrência do maior comprimento de run numa série de comprimento dado, da nova variável unidimensional.

Para a segunda alternativa, em que as sequências são independentes serialmente e mutuamente dependentes, se a sua distribuição é normal, a distribuição de probabilidade conjunta é uma distribuição normal bivariada, de fácil resolução, o que aliado com a transformação de variáveis faz com que se recaia no caso univariado da determinação de probabilidade de ocorrência do maior comprimento de run numa série finita, da nova variável.

Para a terceira alternativa, em que as sequências são serialmente dependentes e mutuamente independentes, uma distribuição conjunta de probabilidade que leve em consideração a dependência mantida entre as variáveis, juntamente com a transformação de variáveis, permite obter uma solução aproximada para a distribuição de probabilidades de interesse [Guerrero e Yevjevich (1975)].

A última das quatro alternativas, a mais complexa de todas, tem como solução aproximada uma abordagem desenvolvida por Guerrero e Yevjevich (1975), que utiliza para este fim as cadeias de Markov de quatro estados, com a premissa das variáveis serem normalmente distribuídas e com viabilidade de emprego restrita.

Em se tratando de séries infinitas, as quatro alternativas anteriores permanecem as mesmas; para a primeira alternativa, a distribuição de probabilidade é exatamente determinada para qualquer combinação de sinais que se deseje investigar empregando-se a distribuição geométrica. O uso da distribuição de probabilidade bivariada fez, como na segunda alternativa das séries finitas, com que se obtenha a distribuição de probabilidade de ocorrência dos comprimentos de runs, a qual também pode ser obtida através da transformação de variáveis. Ao se agregar a dependência entre as séries na terceira alternativa, a determinação da distribuição de probabilidade de ocorrência dos comprimentos de runs é efetuada de forma aproximada, através do uso das cadeias de Markov e da expansão tetracórica para a integração que conduz aos resultados aproximados anteriormente mencionados. Guerrero e Yevjevich (1975) apresentaram quatro modos diferentes de se obter a distribuição de probabilidade para a quarta alternativa, todas elas de uma forma aproximada.

Quando os métodos aproximados são de grande complexidade ou as soluções aproximadas não fornecem uma precisão suficiente, torna-se necessário empregar o método experimental de Monte Carlo. Tal método consiste em gerar-se um número suficientemente grande de valores, onde a distribuição de probabilidade da componente estocástica independente e os seus parâmetros são preservados, agregando-se em seguida, caso haja, a dependência temporal.

O modelo de geração de séries univariado é bastante simples e consiste em preservar a distribuição e os parâmetros que se ajustam à componente independente histórica. Para o caso de ge

ração de duas ou mais séries faz-se necessário um modelo de geração multivariado. Matalas (1967) desenvolveu um modelo markoviano multivariado de "lag" um, que serviu para desenvolvimento posteriores de Young e Pisano |(1967), (1968)|. Uma extensão deste modelo para "lags" maiores do que um foi desenvolvida por Pegram e James (1972), com ênfase no de "lag" dois. Tal modelo preserva a estacionariedade de segunda ordem, enquanto que o desenvolvido por Moreau (1971) preservando o coeficiente de assimetria preserva a estacionariedade de terceira ordem. |Guerrero e Yevjevich (1975)|.

Tendo-se efetuado a geração, a determinação da distribuição de probabilidade do parâmetro de interesse (no caso o comprimento de run em séries infinitas ou o maior comprimento de run em séries finitas) é inferida através da distribuição de frequência dos valores observados nas séries geradas.

Para a verificação do método experimental empregado podem ser utilizadas as alternativas em que as distribuições exatas são conhecidas, comparando-se então os valores obtidos.

III - ANÁLISE DA ESTRUTURA DE SÉRIES HIDROLÓGICAS

A análise da estrutura de uma série hidrológica temporal tem o objetivo de selecionar o modelo matemático que melhor representa a série. Para efetuar-se tal análise, a premissa básica segundo a metodologia proposta por Yevjevich (1972 a) , é que os parâmetros periódicos são componentes determinísticas dos vários parâmetros das séries temporais. A identificação de tais componentes periódicas pode ser efetuada em várias etapas, e a série remanescente após a remoção destas componentes, pode ser considerada um processo estocástico estacionário nos parâmetros dos quais a periodicidade foi removida.

As principais hipóteses envolvidas na análise da estrutura de uma série temporal são as que se seguem:

- a) as séries hidrológicas são formadas de componentes determinísticas periódicas e componentes estocásticas;
- b) a variação randômica da série está praticamente toda contida na componente estocástica;
- c) a componente estocástica que resulta da remoção das componentes periódicas dos vários parâmetros da série original é aproximadamente uma variável aleatória estacionária;
- d) as não homogeneidades e inconsistências nas séries devem ser detectadas e removidas, como passo inicial da análise estrutural.
- e) na análise estrutural deve ser estimado um número mínimo de coeficientes e parâmetros porque, quanto mais estatísticos são computados, menor é o número de graus de liberdade restante para as outras alternativas;
- f) a análise estrutural com seus descritores matemáticos e a geração de novas séries não devem perpetuar as variações amostrais ;
e
- g) a componente estocástica pode ser dependente, o que pode ser representado por um modelo matemático de dependência, para o qual

deve se apresentar uma justificativa física de sua utilização, se possível, obtendo-se daí por remoção a componente estocástica independente.

A seguir se descreve as diferentes fases da análise estrutural das séries temporais.

1 - IDENTIFICAÇÃO DE TENDÊNCIAS E SALTOS

As primeiras componentes determinísticas a serem estudadas são as tendências e os saltos. As pseudo-periodicidades não são removidas pois são consideradas o resultado das variações amostrais em séries temporais de curta duração [Yevjevich (1972 a)].

Os métodos de identificação de tais tendências e saltos podem ser qualitativos e/ou quantitativos, o que pode ser efetuado inicialmente considerando-se as séries anuais correspondentes. Qualitativamente a identificação se dá ao graficar-se as séries observando-se o seu comportamento. Quantitativamente, o teste de igualdade de parâmetros, para o caso de divisão da amostra original em duas ou quatro sub amostras, pode identificar a presença destas componentes determinísticas.

A remoção das tendências pode ser efetuada através do ajuste de um polinômio pelo método dos mínimos quadrados, ou então através do esquema de médias móveis, à curva descrita pela média de sub intervalos selecionados. A remoção dos saltos pode ser efetuada identificando-se a magnitude do mesmo.

2 - TÉCNICAS BÁSICAS EMPREGADAS NA ANÁLISE DA ESTRUTURA

Duas são as técnicas mais empregadas na identificação da estrutura das séries hidrológicas temporais: análise por

auto-correlação, representada pelo correlograma e a análise espectral representada pelo espectro densidade de variância ou pelo periodograma.

O correlograma é uma função entre os coeficientes de correlação da série, ρ_k , colocados na ordenada, contra o "lag" k , na abcissa, com ρ_k , a razão entre a covariância e a variância da população, dado por:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(X_i, X_{i+k})}{(\text{var } X_i \cdot \text{var } X_{i+k})^{1/2}} \quad (3.1)$$

e é estimado, na abordagem de séries abertas, por:

$$r_k = \frac{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} X_i X_{i+k} - \frac{1}{(n-k)^2} \left(\sum_{i=1}^{n-k} X_i \right) \left(\sum_{i=1}^{n-k} X_{i+k} \right)}{\left| \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} X_i^2 - \frac{1}{(n-k)^2} \left(\sum_{i=1}^{n-k} X_i \right)^2 \right|^{1/2} \left| \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} X_{i+k}^2 - \frac{1}{(n-k)^2} \left(\sum_{i=1}^{n-k} X_{i+k} \right)^2 \right|^{1/2}} \quad (3.2)$$

para séries discretas, de amostras finitas, em que n é o seu comprimento.

A determinação do correlograma de uma série hidrológica temporal permite, por meio de inferência estatística, sua comparação com correlogramas de modelos matemáticos, cujo conhecimento prévio se faz necessário. A facilidade que advém deste método é permitir que por meio de uma avaliação visual se determine inicialmente o tipo da estrutura da série que está a se estudar. Da mesma forma, o espectro densidade de variância permite fazer inferências quanto à estrutura da série, permitindo além disso, identi

ficar o período base a que está sujeita a série.

Yevjevich (1972 b) afirma que não se deve encarar tais técnicas como concorrentes na análise e identificação da estrutura das séries temporais, mas sim como técnicas complementares que permitem visualizações de aspectos diferentes da estrutura da série.

A função espectral de densidade de variância pode ser obtida em função dos coeficientes de auto correlação ρ_k por:

$$\gamma(f) = 2 + 4 \sum_{k=1}^m D(k) \rho_k \cos 2 \pi f k \quad (3.3)$$

em que $\gamma(f)$ é a densidade de variância da população, f é a frequência ordinária, m é o número de coeficientes de auto-correlação utilizados nesta transformação, para uma série de comprimento n normalmente variando de $n/10$ a $n/5$, e $D(k)$ é o filtro do correlograma.

Para estimar o espectro de densidade de variância pode-se empregar os coeficientes de auto-correlação correspondentes, através da expressão:

$$g(f) = 2 + 4 \sum_{k=1}^m D(k) r_k \cos 2 \pi f k \quad (3.4)$$

em que $g(f)$ é o espectro de densidade de variância estimado.

Quanto aos filtros $D(k)$, o de uso simplificado e corrente corresponde ao esquema de médias móveis:

$$D(k) = \begin{cases} 1 - k/m & K \leq m \\ 0 & K > m \end{cases} \quad (3.5)$$

encontrando-se outros diferentes filtros em Yevjevich (1972 b)).

Ainda no domínio da frequência, o espectro densidade de variância e o periodograma permitem a identificação de periodicidades básicas, além da identificação do número de harmônicas significativas através do periodograma acumulado.

Considerando-se C_i a amplitude da harmônica i e f_i a sua frequência ordinária correspondente, representa-se o periodograma através da plotagem de C_i (ou $C_i^2, C_i^2/2$, $i = 1, 2, \dots, J$) no eixo das ordenadas e a frequência (ordinária f_i , ou angular λ_i) no das abcissas. A amplitude da harmônica i é dada por:

$$C_i = (A_i^2 + B_i^2)^{1/2} \quad (3.6)$$

onde A_i e B_i são os coeficientes de Fourier correspondentes.

3 - REMOÇÃO DA PERIODICIDADE NAS SERIES MENSAIS

Para que se possa obter as componentes estocásticas das séries hidrológicas estacionárias na média e na variância (ou desvio padrão), é preciso que se defina o modelo de remoção da periodicidade dos parâmetros. Para isto a definição da constância ou não, dos parâmetros, pode ser útil na definição do modelo de remoção da periodicidade a ser empregado.

3.1 - Teste de Hipótese de Constância de Parâmetros

Para que se possa testar se os parâmetros não são significativamente diferentes de uma constante tem-se, neste caso, a série $X_{p,\tau}$, e dela obtêm-se ω valores dos parâmetros para se testar a hipótese citada, onde p é o ano considerado, τ é a posição no ano e ω o número de valores discretos/ano.

Obtêm-se, portanto, ω valores de $Par_1, Par_2, \dots, Par_\omega$, que serão divididos em duas sub amostras do mesmo tamanho $|Par_1 \dots Par_{\omega/2}|$ e $|Par_{\omega/2+1} \dots Par_\omega|$, por exemplo. Qualquer outro critério de divisão em sub amostras pode ser empregado, sendo que a distribuição do parâmetro em cada uma das amostras é considerada normal ou assintoticamente normal.

Para testar-se a igualdade das médias das duas sub-amostras, a premissa que se fez é de constância da variância. Estimando-se o primeiro momento em torno da origem de cada uma das sub-amostras e denominando-os respectivamente Y_1 e Y_2 , e o segundo momento em torno da média, Z_1 e Z_2 , podemos calcular o estatístico t , dado por:

$$t = \frac{\sqrt{\frac{\omega}{2}} |Y_1 - Y_2|}{\sqrt{Z_1 + Z_2}} \quad (3.7)$$

que segue uma distribuição t de Student com $\omega - 2$ graus de liberdade.

Para que a hipótese de constância da média do parâmetro seja aceita, o estatístico t calculado deve ser menor do que um valor crítico t_c , para um determinado nível de signifi-

cância, geralmente 97,5% (valor correspondente a $(1 - \frac{\alpha}{2})$, onde α é a probabilidade de se rejeitar a hipótese de constância nas médias quando esta é verdadeira).

O teste F de Fisher, para a constância da variância do parâmetro, é desenvolvido através da razão:

$$F = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (3.8)$$

em que $Z_1 \geq Z_2$ e o estatístico F segue a distribuição F com m e n graus de liberdade iguais a $\frac{\omega}{2} - 1$, para duas sub amostras do mesmo tamanho.

Da mesma forma que o teste de Student de constância da média do parâmetro, o teste de Fisher testa a constância da variância de tal parâmetro, e se o valor de F calculado não exceder o valor crítico F_c , para um determinado nível de significância (97,5% correspondente a $(1 - \frac{\alpha}{2})$), a constância da variância do parâmetro é aceita.

Portanto, utilizando-se o método acima descrito para a determinação da constância de um determinado parâmetro, este indicará ser o parâmetro não significativamente diferente de uma constante, caso os dois valores calculados não excedam seus valores críticos correspondentes, o que em outras palavras significa assumir estarem as distribuições do parâmetro considerado, $N(Y_1, Z_1)$ e $N(Y_2, Z_2)$ contidas na distribuição da população $N(\mu, \sigma^2)$, onde μ e σ^2 são os limites de Y e Z, respectivamente, quando os comprimentos das sub amostras tendem ao infinito.

Quando se trata da avaliação da constância dos parâmetros média, desvio padrão (ou variância) e coeficiente de varia-

ção, Yevjevich (1972 a) recomenda a divisão em sub amostras que correspondam às estações de cheia e seca, baseando-se na justificativa de correspondência com o fenômeno físico que dá origem ao escoamento: o regime e o tipo de precipitação.

Um outro critério empregado neste trabalho para seleção das sub amostras para teste de constância de parâmetros (critério empírico), aplicável ao caso de períodos secos e chuvosos não muito bem definidos, consiste em dividir-se a amostra em duas sub amostras de mesmo tamanho, com o início da primeira em janeiro, estimando-se a média de cada uma destas sub amostras. Logo, procede-se a nova divisão em sub amostras, cujos períodos iniciais estarão defasados de uma unidade de tempo (mes) e calcula-se as médias das sub amostras assim determinadas. O conjunto das duas sub amostras que apresenta maior diferença entre as médias é selecionado para efeito de teste.

Uma outra alternativa, mais detalhada e não aplicada neste trabalho, consiste na realização do teste para cada conjunto de sub amostras obtidas com o defasamento.

3.2. Métodos de Remoção da Periodicidade

Os métodos de modelagem e remoção da periodicidade baseiam-se na premissa de tentar obter-se componentes estocásticas estacionárias de segunda ordem, considerando-se apenas a possível existência da periodicidade na média e no desvio padrão (ou variância). Segundo o método de obtenção das componentes periódicas, na média e no desvio padrão, os métodos de remoção da periodicidade são classificados em paramétrico e não paramétrico.

No método paramétrico, as componentes periódicas de qualquer parâmetro v , cujo estimadô é V , podem ser aproximadas pela superposição de m harmônicas do período base ω através de:

$$v_{\tau} = v_x + \sum_{j=1}^m (A_j \cos \lambda_j \tau + B_j \sin \lambda_j \tau) \quad (3.9)$$

em que $\lambda_j = \frac{2\pi j}{\omega}$ é a frequência angular, ω é o período base em v , m é o número de harmônicas significativas e v_x é a média dos ω valores de v_{τ} , estimados através da amostra por V_{τ} .

Os valores dos coeficientes de Fourier A_j e B_j , da equação 3.9, são estimados por:

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} V_{\tau} \cos \lambda_j \tau \quad (3.10)$$

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} V_{\tau} \sin \lambda_j \tau$$

As componentes periódicas, no método não paramétrico, são estimados diretamente a partir dos dados históricos através de:

$$m_{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n x_{p,\tau} \quad (3.11)$$

$$s_{\tau} = \left| \frac{1}{n-1} \sum_{p=1}^n (x_{p,\tau} - m_{\tau})^2 \right|^{1/2} \quad \begin{array}{l} p = 1, \dots, n \\ \tau = 1, \dots, \omega \end{array}$$

onde m_τ e S_τ são as médias e os desvios padrões da amostra nas posições τ (o estimado do desvio padrão contém um fator de correção $(\frac{n}{n-1})^{1/2}$ para amostras pequenas) $X_{p,\tau}$ é o valor da variável X no ano p na posição τ , n é o número de anos da amostra, w é o número total de valores discretos contidos em um ano, p o ano considerado, e τ é a posição no ano.

Dentro de cada método de remoção da periodicidade acima descritos, diversos tipos de modelos podem se apresentar:

Tipo 1: média periódica e desvio padrão constante,

Tipo 2: média constante e desvio padrão periódico,

Tipo 3: média e desvio padrão periódicos, que por sua vez pode ser:

A - com coeficiente de variação constante

B - com coeficiente de variação periódico

No modelo de tipo 1 obtém-se a componente estocástica estacionária de segunda ordem $\epsilon_{p,\tau}$ através da transformação:

$$\epsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - m_\tau}{S_x} \quad (3.12)$$

em que m_τ é a componente periódica na média obtida através de qualquer um dos métodos acima descritos, e S_x é o desvio padrão de toda a amostra.

No segundo modelo a transformação que fornece $\epsilon_{p,\tau}$ é

$$\epsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - m_x}{S_\tau} \quad (3.13)$$

em que m_x é a média total da amostra e S_τ é a componente periódica no desvio padrão.

O modelo de tipo 3A considera $m_\tau(x)$ e $S_\tau(x)$ parâmetros da população, estimados pelas componentes periódicas m_τ e S_τ proporcionais. Neste caso $S_\tau \equiv \eta_0 m_\tau$, em que η_0 é a constante de proporcionalidade (coeficiente de variação), reduzindo-se o modelo da periodicidade a:

$$X_{p,\tau} = m_\tau + S_\tau \varepsilon_{p,\tau} = m_\tau (1 + \eta_0 \cdot \varepsilon_{p,\tau}) = m_\tau \varepsilon_{p,\tau}^* \quad (3.14)$$

onde $\varepsilon_{p,\tau}^* = 1 + \eta_0 \varepsilon_{p,\tau}$, e através da transformação:

$$\ln X_{p,\tau} = \ln m_\tau + \ln \varepsilon_{p,\tau}^* \quad (3.15)$$

recai-se no modelo de Tipo 1, para $X_{p,\tau} > 0$, $m_\tau > 0$ e $\varepsilon_{p,\tau}^* > 0$, aplicado aos logarítimos.

O modelo do tipo 3B é empregado quando m_τ e S_τ não são proporcionais e $\varepsilon_{p,\tau}$ é obtido diretamente através de :

$$\varepsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - m_\tau}{S_\tau} \quad (3.16)$$

em que m_τ e S_τ são as componentes periódicas da média e do desvio padrão, que podem ser obtidas pelos métodos paramétrico ou não paramétrico.

O método não paramétrico requer o uso de 2 ω estatísticos, considerando-se as componentes periódicas na média e no desvio padrão (ou variância), o que cresce com a subdivisão do ano.

Para séries diárias, segundo este método, 730 estatísticos seriam necessários, um número muito grande que comprometeria não só a estimação destes como também de outros estatísticos. No entanto quando se trata de séries mensais são necessários 24 estatísticos, o que torna realizável a remoção da periodicidade através deste método. O método não paramétrico além de remover a periodicidade dos parâmetros, também remove as variações amostrais que estão associadas aos coeficientes das funções periódicas dos parâmetros.

A economia em parâmetros estimados é a vantagem principal do método paramétrico, especialmente para o caso de séries semanais, diárias ou de menor intervalo. O método paramétrico também possui a aparente vantagem de, em certos casos, produzir um melhor estimado dos parâmetros da população.

No método paramétrico Yevjevich (1972 a) afirma que em lugar de se ajustar a componente periódica estimada, S_{τ} , ao desvio padrão periódico σ_{τ} , pode ser ajustada uma componente periódica estimada S_{τ}^2 à variância periódica, σ_{τ}^2 , e então obter-se S_{τ} através de $\sqrt{S_{\tau}^2}$. Esta abordagem, ainda segundo Yevjevich (1972 a), tem a vantagem de a média S_X^2 de S_{τ}^2 estar mais facilmente relacionada à variância geral de $X_{p,\tau}$, σ_X^2 , do que S_X como média de S_{τ} , que teria uma relação mais complexa com o desvio padrão σ_X de $X_{p,\tau}$.

3.3. Teste de Significância do Número de Harmônicas no Caso do Método Paramétrico

Os testes de identificação das harmônicas significativas estão vinculados aos modelos de representação da periodicidade.

Quando o modelo é do tipo 1 o teste de Fisher pode ser empregado nos casos em que a variável obtida após a remoção da periodicidade é independente e cuja distribuição é normal. Quando a variável não satisfaz as condições acima descritas, o teste pode ser utilizado de modo aproximado. O parâmetro g a ser utilizado neste teste é a razão entre a variância de harmônicas individuais, $C_j^2/2$, em que C_j é a amplitude dada pela equação 3.6 e a variância da amostra S_x^2 :

$$g = \frac{C_j^2}{2 S_x^2} \quad (3.17)$$

O teste pode ser expandido para várias harmônicas, subtraindo-se a harmônica significativa da variância total da amostra, e aplicando-se o teste para as demais harmônicas. Se o teste mostrar que um determinado valor de g calculado, não é maior do que o valor g_c (para uma determinada probabilidade) de uma variável independente, esta j -ésima harmônica é considerada insignificante.

Fisher (1929) apresenta uma tabela com os valores críticos g_c , para diversos valores da probabilidade de g_c ser excedido, e Yevjevich (1972b) a transformação para aplicações em que a série remanescente da remoção da periodicidade é uma componente estocástica dependente.

A ocorrência do modelo de tipo 2 é muito rara em hidrologia, pois não se pode esperar periodicidade nos momentos de ordem i se não se tem periodicidade em momentos de ordem inferior a i .

Para o caso dos modelos de tipo 3 (A e B) não se encontra disponível, até o presente momento, um método analítico para o teste de significância de harmônicas. No entanto, critérios empíricos foram desenvolvidos por Yevjevich (1972 a e b). Em primeiro lugar é recomendada a seleção de um número de harmônicas constantes, entre 6 e 12, qualquer que seja o parâmetro considerado (para séries mensais limite de 6). Logo, recomenda-se a utilização da variância explicada pela harmônica j , $\text{var } h_j = C_j^2/2$, a ordenação em forma decrescente destes valores e a razão

$$\Delta p_j = \frac{\text{var } h_j}{\text{var } (V_T)} \quad (3.18)$$

onde V_T é o parâmetro periódico considerado. O somatório de Δp_j resulta em $P = \sum_{j=1}^m \Delta p_j$, que representa a parte da variação de V_T que é explicada pelos m primeiros harmônicos. Como o valor de P raras vezes atinge a unidade com este número de harmônicas, conclue-se que uma pequena parte da função periódica, nos valores de V_T , não é removida da componente estocástica. Resta, portanto, determinar o limite da variância explicada que se deseja utilizar. Uma das formas de se obter este limite é estipulá-lo em 95% e incluir todas as harmônicas necessárias, até o limite de 6 (para o caso mensal), para que o valor de P exceda pela primeira vez o limite imposto.

Uma alternativa, que pode ser considerada complementar, é estabelecida através de uma expressão empírica, que envolve os conceitos de P mínimo e P máximo, em que:

$$P_{\min} = a \sqrt{\frac{\omega}{c n}} \text{ e } P_{\max} = 1 - P_{\min} \quad (3.19)$$

em que a é uma constante considerada igual a 0,033, cujo valor pode ser ligeiramente alterado, C é a ordem do momento do parâmetro considerado, n é o número de anos da série e ω é o número de subdivisões contidas em um ano. Se ocorrer que:

- a) $P \leq P_{\min}$ - não há harmônicas significativas no parâmetro V , ou seja, o parâmetro não é periódico;
- b) $P_{\min} < P \leq P_{\max}$ - todas as harmônicas são significativas; e
- c) $P > P_{\max}$ - apenas algumas das harmônicas são significativas.

Para o caso c), tomando-se os valores de $\text{var } h_j$ em ordem decrescente, apenas as harmônicas necessárias para que $\sum_{j=1}^m \Delta p_j$ exceda pela primeira vez o valor de P_{\max} serão consideradas significativas. [Yevjevich (1972 a e b)].

No entanto, o emprego deste critério tem sido objeto de discussão em termos da origem da constante a e dos parâmetros nela contidos. Apesar da tentativa de se justificar fisicamente a presença de tais parâmetros, encontrada em Yevjevich (1972

a e b), propõe-se o seu uso até que uma abordagem teórica tenha lugar, ou então um método experimental de teste de significância de harmônicas em séries hidrológicas complexas seja desenvolvido.

Um outro critério desenvolvido, que também pode ser considerado complementar, utiliza-se de propriedades especiais de acumulação no periodograma. A razão entre a variância acumulada das m primeiras harmônicas com relação à variância dos estimados V_T , do parâmetro v_t , fornece o periodograma acumulado. Portanto, a identificação do número de harmônicas significativas se dá ao graficar-se, nas ordenadas, a razão

$$P_m = \frac{\sum_{j=1}^m \text{var } h_j}{\text{var } V_T} \quad (3.20)$$

e, nas abcissas, j , $j = 1, 2, \dots, m$ na ordem dos valores decrescentes de $\text{var } h_j$. O ponto de mudança brusca da declividade (A na figura 2) corresponde no eixo das abcissas ao número de harmônicas que devem ser consideradas significativas, enquanto que nas ordenadas corresponde ao percentual da variância explicada por este número de harmônicas. As harmônicas subsequentes não são consideradas significativas devido ao fato de sua contribuição marginal ser considerada insignificante.

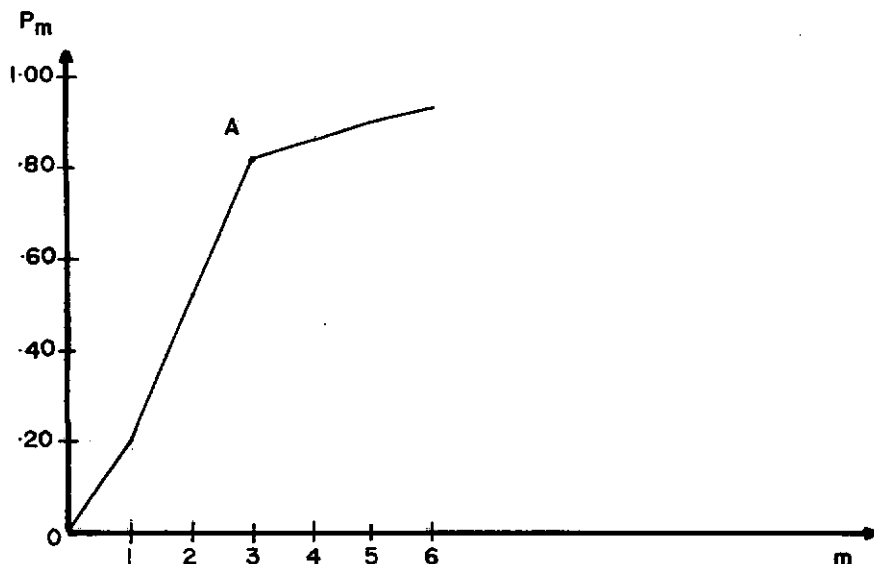


FIGURA 2 - IDENTIFICAÇÃO DO NÚMERO DE HARMÔNICAS SIGNIFICATIVAS ATRAVÉS DO PERIODOGRAMA ACUMULADO.

4 - INVESTIGAÇÃO DO MODELO LINEAR DE DEPENDÊNCIA

O coeficiente de correlação de série de "lag" K , período τ , é estimado por:

$$r_{K,\tau} = \frac{\sum_{p=1}^n (\epsilon_{p,\tau} - \bar{\epsilon}_{p,\tau}) (\epsilon_{p,\tau+k} - \bar{\epsilon}_{p,\tau+k})}{\left[\sum_{p=1}^n (\epsilon_{p,\tau} - \bar{\epsilon}_{p,\tau})^2 \sum_{p=1}^n (\epsilon_{p,\tau+k} - \bar{\epsilon}_{p,\tau+k})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.21)$$

em que $\epsilon_{p,\tau}$ é a componente estocástica estacionária no ano p , período τ . Quando $\tau + k$ é maior do que ω , a correlação é efetuada com os primeiros períodos do ano posterior.

Os modelos lineares de dependência podem ser subdi-

vididos, basicamente, em: modelos de coeficientes de correlação de série constantes, e modelos de coeficientes de correlação de série periódicos. Portanto, torna-se necessário investigar-se estes coeficientes quanto a sua constância (ou periodicidade). Para isto, três alternativas são viáveis:

- a) fazer uso diretamente dos testes de constância de parâmetros, desenvolvido em 3.1., dividindo as amostras em duas sub-amostras ;
- b) empregando os testes de significância de harmônicas para a amostra total; e
- c) modificando o critério de divisão em sub amostras, tentando evitar a correlação espúria, e aplicando testes de constância de parâmetros, ou então testes de significância de harmônicas.

Todas as três alternativas acima descritas apresentam desvantagens. A primeira introduz uma correlação espúria, isto é, uma dependência entre os valores sucessivos de $r_{k,\tau}$, introduzida pela maneira de computá-los. A segunda alternativa ao estimar valores de coeficiente de correlação ao longo da subdivisão anual, manuseia (no caso mensal) um pequeno número de valores, com o possível aparecimento de valores negativos ou maiores do que um nas harmônicas significativas, devido a variações amostrais. A terceira alternativa necessita de maior explanação.

Yevjevich (1972 a) desenvolveu um critério de divisão em sub amostras, para o caso do coeficiente de correlação de série, cujo objetivo é evitar o surgimento da correlação espúria entre valores sucessivos de $r_{k,\tau}$. Para o caso do primeiro coeficiente de correlação de série, este critério consiste em dividir

os valores de $r_{k,\tau}$, em que τ é ímpar na primeira sub amostra, e remeter tais valores para a segunda sub amostra quando τ é par. Quando se tratar do segundo coeficiente de correlação de série, a primeira sub amostra contém os dois primeiros valores de $r_{k,\tau}$, pulando os dois seguintes, retomando os dois posteriores, e assim sucessivamente, com os valores restantes desta seleção constituindo a segunda sub-amostra. Para o caso do terceiro coeficiente de correlação de série o procedimento é desenvolvido de modo análogo.

Para cada valor de k tem-se duas sub amostras, podendo-se efetuar os testes de constância de parâmetros, desenvolvidos na seção 3.1, considerando-se o critério de valores de $r_{k,\tau}$ alternados. Tais testes, no entanto, podem não ser conclusivos, e esta é a sua desvantagem, pois pode se dar o caso de compensação de valores, mascarando assim uma possível periodicidade contida no coeficiente de correlação de série. Como alternativa pode-se investigar as harmônicas significativas presentes em cada uma das sub amostras. Estas harmônicas, por intermédio de um critério mais rigoroso, podem ser consideradas significativas apenas quando as mesmas se encontram simultaneamente nas duas sub amostras.

Quando a aplicação dos testes de constância na média e no desvio padrão do coeficiente de correlação de série $r_{k,\tau}$, não identificar diferença significativa de uma constante, o parâmetro pode ser então estimado por:

$$r_k = \frac{1}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} r_{k,\tau} \quad (3.22)$$

caso contrário o parâmetro pode ser considerado periódico.

Neste trabalho apenas os modelos auto regressivos markovianos serão considerados. A ordem do modelo, sejam os coeficientes de correlação de série constantes ou periódicos, pode ser obtida através de um método simplificado que utiliza o coeficiente de determinação R_i , $i = 1, 2, 3, \dots$. Este coeficiente informa a parte da variação total de $\varepsilon_{p,\tau}$ que é explicada por cada termo da equação auto regressiva, com o restante da variação explicada por $\sigma \xi_{p,\tau}$, em que σ é o desvio padrão e $\xi_{p,\tau}$ é a componente estocástica independente.

Os coeficientes de determinação R_i^2 , a serem utilizados para a pesquisa entre os três primeiros modelos auto regressivos, são computados por:

$$D_1 = R_1^2 = r_1^2 \quad (3.23)$$

$$D_2 = R_2^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1^2 r_2}{1 - r_1^2} \quad (3.24)$$

e

$$D_3 = R_3^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + 2r_1^3 r_3 + 2r_1^2 r_2^2 + 2r_1 r_2^2 r_3 - 2r_1^2 r_2 - 4r_1 r_2 r_3 - r_1^4 - r_2^4 - r_1^2 r_3^2}{1 - 2r_1^2 - r_2^2 + 2r_1^2 r_2} \quad (3.25)$$

em que r_1 , r_2 e r_3 são os estimados de ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 , coeficientes de correlação de série do correlograma geral da componente estocástica, computados por 3.2, ou então são obtidos através da média determinada em 3.22, para o caso do coeficiente de correlação constante.

Para os casos em que o coeficiente de correlação de série se apresenta periódico, o teste do modelo auto regressivo pode ser aplicado ao longo da subdivisão anual em que a série hidrológica se apresenta, aplicando-se estas expressões de múltipla regressão, e neste caso a ordem do modelo pode deferir de uma para outra subdivisão. Por uma necessidade de coerência e de simplificação do procedimento numérico, recomenda-se utilizar um único modelo de remoção da dependência em toda a série, o que implica na necessidade de se tomar uma decisão dentre os modelos que mais frequentemente tiverem se apresentado. Esta decisão pode ser reforçada pela aplicação dos testes dos coeficientes de determinação aos valores médios de $r_{1,\tau}$, $r_{2,\tau}$ e $r_{3,\tau}$.

A seleção do modelo é efetuada baseando-se no acréscimo de variância que é explicada pelo uso de um modelo de ordem superior. Desta maneira, ao se estabelecer $\Delta D_1 = 0.01$, pode ser indicado o uso do modelo de primeira ordem quando $D_2 - D_1 \leq 0.01$ e $D_3 - D_1 \leq 0.02$; para $D_2 - D_1 > 0.01$ mas $D_3 - D_2 \leq 0.01$ é indicado o uso do modelo auto regressivo de segunda ordem; e para $D_2 - D_1 > 0.01$ e $D_3 - D_2 > 0.01$ o modelo sugerido é de terceira ordem.

Tendo-se determinado através deste procedimento a ordem do modelo auto regressivo a ser utilizado, necessita-se apenas dos coeficientes α_i , estimados por a_i . Nos casos em que o coeficiente de correlação é constante, para os três primeiros modelos auto regressivos, os coeficientes α_i podem ser estimados por :

$$a_1 = r_1 \quad (3.26)$$

para o modelo auto regressivo de ordem um,

$$a_1 = \frac{r_1 - r_1 r_2}{1 - r_1^2} \quad (3.27)$$

e

$$a_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad (3.28)$$

para o modelo auto regressivo de ordem dois, e

$$a_1 = \frac{(1 - r_1^2) (r_1 - r_3) - (1 - r_2) (r_1 r_2 - r_3)}{(1 - r_2) (1 - 2 r_1^2 + r_2)} \quad (3.29)$$

$$a_2 = \frac{(1 - r_2) (r_2 + r_2^2 - r_1^2 - r_1 r_3)}{(1 - r_2) (1 - 2 r_1^2 + r_2)} \quad (3.30)$$

$$a_3 = \frac{(r_1 - r_3) (r_1^2 - r_2) - (1 - r_2) (r_1 r_2 - r_3)}{(1 - r_2) (1 - 2 r_1^2 + r_2)} \quad (3.31)$$

para o modelo auto regressivo de ordem três.

Para o caso de coeficientes de correlação periódicos, $\alpha_{i,\tau}$ é estimado por $a_{i,\tau}$, dado por:

$$a_{1,\tau} = r_{1,\tau-1} \quad (3.32)$$

para o modelo auto regressivo de ordem um,

$$a_{1,\tau} = \frac{r_{1,\tau-1} - r_{1,\tau-2} r_{2,\tau-2}}{1 - r_{1,\tau-2}^2} \quad (3.33)$$

e

$$a_{2,\tau} = \frac{r_{2,\tau-2} - r_{1,\tau-1} r_{1,\tau-2}}{1 - r_{1,\tau-2}^2} \quad (3.34)$$

para o modelo auto regressivo de ordem dois, e

$$\begin{aligned} A a_{1,\tau} = & r_{1,\tau-2} (1 - r_{1,\tau-3}^2) + r_{1,\tau-3} r_{1,\tau-2} r_{3,\tau-3} - r_{1,\tau-2} r_{2,\tau-2} - \\ & - r_{2,\tau-3} r_{3,\tau-3} + r_{1,\tau-3} r_{2,\tau-2} r_{2,\tau-3} \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} A a_{2,\tau} = & r_{2,\tau-2} (1 - r_{2,\tau-3}^2) + r_{1,\tau-2} r_{2,\tau-3} r_{3,\tau-3} - r_{1,\tau-2} r_{1,\tau-1} - \\ & - r_{1,\tau-3} r_{3,\tau-3} + r_{1,\tau-3} r_{2,\tau-3} r_{1,\tau-1} \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} A a_{3,\tau} = & r_{3,\tau-3} (1 - r_{1,\tau-2}^2) + r_{1,\tau-3} r_{1,\tau-2} r_{1,\tau-1} - r_{1,\tau-3} r_{2,\tau-2} - \\ & - r_{2,\tau-3} r_{1,\tau-1} + r_{1,\tau-2} r_{2,\tau-2} r_{2,\tau-3} \end{aligned} \quad (3.37)$$

onde

$$A = 1 + 2 r_{1,\tau-2} r_{2,\tau-3} r_{1,\tau-3} - r_{1,\tau-3}^2 - r_{1,\tau-2}^2 - r_{2,\tau-3}^2 \quad (3.38)$$

para o modelo auto regressivo de ordem três.

A componente independente é então obtida através da

aplicação do modelo auto regressivo à componente estocástica dependente. A forma dos três primeiros modelos auto regressivos, para o caso de coeficientes de correlação constante é:

$$\xi_{p,\tau} = \frac{\varepsilon_{p,\tau} - a_1 \varepsilon_{p,\tau-1}}{\sqrt{1 - a_1^2}} \quad (3.39)$$

que é o modelo auto regressivo de ordem um,

$$\xi_{p,\tau} = \frac{\varepsilon_{p,\tau} - a_1 \varepsilon_{p,\tau-1} - a_2 \varepsilon_{p,\tau-2}}{\sqrt{1 - (a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 r_1)}} \quad (3.40)$$

que é o modelo auto regressivo de ordem dois, e

$$\xi_{p,\tau} = \frac{\varepsilon_{p,\tau} - a_1 \varepsilon_{p,\tau-1} - a_2 \varepsilon_{p,\tau-2} - a_3 \varepsilon_{p,\tau-3}}{\sqrt{1 - (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + 2a_1 a_2 r_1 + 2a_1 a_3 r_2 + 2a_2 a_3 r_1)}} \quad (3.41)$$

que é o modelo auto regressivo de ordem três.

Para o caso em que os coeficientes de correlação são periódicos, a forma do modelo auto regressivo permanece a mesma, substituindo-se o valor do coeficiente de correlação constante pelo valor correspondente, periódico.

Devido ao caráter aproximado da seleção do modelo auto regressivo faz-se necessário a verificação da independência dos valores resultantes da aplicação o modelo selecionado. Isto pode ser efetuado utilizando-se do correlograma da componente estocástica considerada independente, com imposição de limites de tolerância. Se tais limites forem ultrapassados um número de vezes que exceda (1. - percentual de tolerância) multiplicado por N (tama -

nho da amostra) um modelo auto regressivo de ordem superior deverá ser aplicado para que tais valores sejam conduzidos à independência.

O valor esperado e a variância do correlograma de uma variável independente, segundo Anderson (1941), são:

$$E(r_k) = \frac{-1}{N - K} \quad (3.42)$$

$$\text{var}(r_k) = \frac{N - K - 1}{(N - K)^2} \quad (3.43)$$

para qualquer "lag" exceto para o "lag" zero, em que o valor do coeficiente de correlação de série é um, considerando-se a abordagem de séries abertas. Anderson (1941) também fornece os limites de tolerância para a abordagem de séries abertas, como uma aproximação advinda da abordagem de séries circulares. Tais limites para uma tolerância de 95% são:

$$L = \frac{-1 \pm 1,96 \sqrt{N - K - 1}}{N - K} \quad (3.44)$$

onde o sinal + correspondente ao limite superior e o - ao limite inferior e N é o número de valores da amostra.

Para amostras em que $N > 30$, Siddiqi (1957) indica que os limites de tolerância de 95% podem ser obtidos por intermédio de uma aproximação com a distribuição normal cujos parâmetros são:

$$E r_k = - \frac{1}{N - K + 1} \quad (3.45)$$

$$\text{var}(r_k) = \frac{(N - K + 1)^3 - 3 (N - K + 1)^2 + 4}{(N - K + 1)^2 \left| (N - K + 1)^2 - 1 \right|} \quad (3.46)$$

Os limites de tolerância podem então ser obtidos de terminando-se os desvios correspondentes às probabilidades de 2,5% e 97,5%. [Yevjevich (1972 b)].

Se 95% dos valores do correlograma da variável, que resultou da aplicação do modelo auto regressivo, estiverem contidos nestes limites, a variável pode ser considerada independente.

5 - AJUSTE DE DISTRIBUIÇÃO À COMPONENTE ESTOCÁSTICA INDEPENDENTE

Obtida a componente estocástica considerada independente, torna-se necessário o ajuste de uma distribuição de probabilidade a esta componente, o que vem a ser o seu modelo.

Selecionando-se funções de distribuição de probabilidade, com o menor número de parâmetro estimados possível, que experiências anteriores indicam se ajustar a componentes independentes de séries hidrológicas mensais ou anuais (conforme o caso), o ajuste das distribuições selecionadas pode ser verificado através dos testes de aderência de quiquadrado e Smirnov Kolmogorov .

O ajuste da distribuição de probabilidade deve ser efetuado para a componente estocástica independente, como um todo quando o coeficiente de assimetria submetido aos testes da seção

3.1 não apresentar diferença significativa de uma constante. Para o caso do coeficiente de assimetria periódico, a distribuição da probabilidade pode ser ajustada a cada mes. Para ambos os casos o procedimento do ajuste de distribuição é o mesmo, variando apenas o espaço amostral utilizado.

Neste trabalho as distribuições de probabilidade selecionadas foram a normal, log normal de 3 parâmetros e gama de 3 parâmetros, com os parâmetros de cada umas destas distribuições estimados através do método de máxima verossimilhança.

A função densidade de probabilidade da distribuição normal é:

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-(x-m)^2/2S^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.47)$$

onde x é a componente estocástica independente, e os parâmetros m e S são estimados por:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (3.48)$$

e

$$S = \left| \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - m)^2 \right|^{\frac{1}{2}} \quad (3.49)$$

Quando os logarítimos da variável x são normalmente distribuídos, esta variável obedece a uma distribuição log normal, cuja função densidade de probabilidade, para o caso de 3 parâmetros (o limite inferior pode ser negativo) é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{(x-\beta) S_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{|\ell_n(x-\beta) - m_n|^2}{2 S_n^2}} \quad \beta < x < \infty \quad (3.50)$$

e os parâmetros m_n , S_n e β são dados por:

$$m_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell_n(X_i - \beta) \quad (3.51)$$

$$S_n = \left| \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left| \ell_n(X_i - \beta) - m_n \right|^2 \right|^{\frac{1}{2}} \quad (3.52)$$

e β é obtido através de um processo iterativo que soluciona:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i - \beta} \right) \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell_n^2(X_i - \beta) - \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell_n(X_i - \beta) \right|^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell_n(X_i - \beta) \right| + \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{\ell_n(X_i - \beta)}{X_i - \beta} = 0 \end{aligned} \quad (3.53)$$

A função densidade de probabilidade gama de 3 parâmetros é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha)} \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)} \quad \gamma \leq x < \infty \quad (3.54)$$

onde α é o coeficiente de forma, β o de escala e γ o de posição, estimados por:

$$\alpha = \frac{1 + \left(1 + \frac{4}{3} A\right)^{\frac{1}{2}}}{4 A} - \Delta \alpha \quad (3.55)$$

onde

$$\Delta\alpha \approx 0,04475 (0,26)^\alpha \quad (3.56)$$

e

$$A = \ell_n (m - \gamma) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell_n (X_i - \gamma) \quad (3.57)$$

onde m é estimado por 3.47,

$$\beta = \frac{1}{\alpha} (m - \gamma) \quad (3.58)$$

e γ é obtido através de um processo iterativo que soluciona

$$\frac{1 + (1 + \frac{4}{3} A)^{\frac{1}{2}}}{1 + (1 + \frac{4}{3} A)^{\frac{1}{2}} - 4A} - (m - \gamma) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i - \gamma} = 0 \quad (3.59)$$

A solução das equações não lineares 3.53 e 3.59 pode ser determinada por um processo iterativo de cálculo de raízes, o que foi efetuado por Lattari (1974), empregando o método de Newton para determinar o coeficiente de posição (γ) da equação 3.59, enquanto que o método dos momentos foi empregado para a determinação de β na distribuição log normal de 3 parâmetros.

Para aplicar-se o teste de aderência de qui-quadrado, considere-se uma variável aleatória dividida em K intervalos de classe mutuamente exclusivos. Numa amostra de tamanho N , sejam p_i , $i = 1, 2, \dots, K$ as probabilidades dos intervalos de classe, para uma determinada distribuição de probabilidade, e N_i a frequência absoluta dos valores contidos em cada uma destas classes.

O parâmetro

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(N_i - N p_i)^2}{N p_i} \quad (3.60)$$

tem uma distribuição qui quadrada com $K - m - 1$ graus de liberdade, para um valor de N suficientemente grande, em que m é o número de parâmetros a serem estimados da amostra, para a caracterização da distribuição de probabilidade.

O teste de qui quadrado compara o valor calculado através de 3.60, com um valor crítico que se encontra tabelado em função do número de graus de liberdade e do nível de significância desejado. Se o valor calculado é inferior ao valor crítico, para as condições dadas, o ajustamento promovido pela distribuição selecionada é considerado satisfatório, e em caso contrário é rejeitado.

Os comprimentos de intervalos de classe, ainda para o teste de qui quadrado, podem ser iguais ou desiguais. No último caso, o mais recomendável, os intervalos de classe são selecionados de modo tal, que todos tenham igual probabilidade $p_i = 1/K$, ou então frequências absolutas N_i , iguais.

Para o teste de Smirnov Kolmogorov necessita-se da ordenação dos valores da série em forma decrescente X_1, X_2, \dots, X_m . Considerando-se a posição de gráfico de X_m dada por:

$$p(X_m) = \frac{m}{N} \quad (3.61)$$

e o valor da função de distribuição ajustada por $F(X_m)$, neste ca

so o estatístico Δ definido por:

$$\Delta = \max \left| F(X_i) - p(X_i) \right| \quad (3.62)$$

tem uma distribuição amostral que não depende de $F(x)$. Para um grau de significância α de se rejeitar a hipótese de um bom ajustamento, quando este é verdadeiro, define-se o valor crítico Δ_0 por:

$$P \{ \max \left| F(x) - p(x_i) \right| \geq \Delta_0 \} = \alpha \quad (3.63)$$

Se o valor calculado é inferior ao crítico, o ajustamento pode ser considerado satisfatório, e em caso contrário é rejeitado.

6 - ANÁLISE ESTRUTURAL DE SÉRIES HIDROLÓGICAS ANUAIS

Quando as inconsistências e não homogeneidades são removidas das séries anuais, estas podem ser consideradas componentes estocásticas estacionárias. Portanto, no que se refere à remoção da periodicidade, esta geralmente não ocorre nas séries hidrológicas anuais, o que pode ser verificado utilizando-se as técnicas de identificação da estrutura das séries hidrológicas, descritas na seção 3.2.

Logo, a análise estrutural das séries hidrológicas anuais se processa de modo análogo ao das séries mensais, incluindo-se neste procedimento o ajuste das distribuições de probabilidade à componente estocástica independente, forma esta pela qual, ocasionalmente, as séries hidrológicas anuais podem se apresentar.

IV - TEORIA DE RUNS APLICADA AO ESTUDO DE SECAS

A determinação das probabilidades de duração de seca, numa ou mais regiões simultaneamente, pode ser estimada com o auxílio da teoria de runs, univariada e bivariada.

As hipóteses que acompanham este trabalho sobre runs são:

- a) as séries investigadas são processos estocásticos estacionários de forma discreta;
- b) a variável X possui distribuição de probabilidade de identificação; e
- c) o nível de corte associado à demanda é uma constante X_0 , substituída pela probabilidade de ocorrência de valores inferiores a ele, q .

Neste capítulo serão estudadas as teorias desenvolvidas acerca da distribuição de probabilidade do comprimento de run em condições univariada e bivariada para os casos de séries finita e infinita. Como foi dito anteriormente, o parâmetro investigado nas séries finitas é o maior comprimento de run numa sequência de comprimento dado N , enquanto que nas séries infinitas será investigado o comprimento de run propriamente dito. As soluções exatas disponíveis para os casos simples serão apresentadas, enquanto que as aproximações para os casos mais complexos serão apenas citadas. Nos casos em que as distribuições exatas não são viáveis e as soluções aproximadas não são satisfatórias, será necessário o emprego do método experimental de Monte Carlo para a determinação destas distribuições de probabilidades.

1 - COMPRIMENTO DE RUN.CASO UNIVARIADO

a) Série Finita Independente

A distribuição exata de probabilidade do maior comprimento de run, para um determinado nível de corte X_0 , em um período de N anos, tem sido obtida por Whithworth (1896), Uspensky (1937), Bateman (1948) e David e Barton (1962), entre outros, sendo que Bateman apresentou uma expressão explícita mais bem definida.

Bateman (1948) apresenta a probabilidade do maior comprimento de run negativo, G numa amostra de tamanho N , ser maior ou igual a um dado valor g , como sendo:

$$P\{G \geq g \mid r_1, r_2\} = \frac{\sum_{t=1}^{r_1-g+1} \binom{r_2+1}{t} \sum_{j=1}^t (-1)^{j+1} \binom{t}{j} \binom{r_1-j(g-1)-1}{t-1}}{\binom{N}{r_1}} \quad (4.1)$$

em que r_1 são elementos de um dado tipo e r_2 os elementos do outro tipo, com $N = r_1 + r_2$ e $r_1 \geq r_2$.

Os parâmetros das distribuições citadas não tem sido obtidos, tendo sido efetuadas várias tentativas para determiná-los de forma aproximada. Cramer (1946) fornece a média assintótica da distribuição de probabilidade do maior comprimento de run em N anos, dada por:

$$E(G) = -\frac{\log N}{\log q} + o(1) \quad (4.2)$$

onde N é o tamanho da amostra, q é definido pela equação 2.1,

g é o maior comprimento de run negativo na série e $0(1)$ é um erro da ordem de 1.

Feller (1957) obteve de modo recursivo e aproximado a distribuição de probabilidade do maior comprimento de run negativo em séries finitas de comprimento N , para eventos independentes, cuja forma é:

$$F_N(g) \approx \frac{1 - q Y}{|g + 2 - (g + 1) Y| p} \times \frac{1}{Y^{N+1}} \quad (4.3)$$

onde $F_N(g)$ é a probabilidade de o maior comprimento de um run, numa amostra de tamanho N , seja menor ou igual a g , q é definido em 2.1, $p = 1 - q$, g é o comprimento do maior run, e

$$Y = 1 + p q^g + (g+1) (p q^g)^2 + (g+1)^2 (p q^g)^3 + \dots \quad (4.4)$$

onde a precisão da estimativa depende do número de termos utilizados em 4.4.

As expressões exatas ou aproximadas, podem servir para controlar o modo pelo qual o método experimental de Monte Carlo reproduz tais possibilidades (de modo similar ao efetuado por Millan (1971), empregando a expressão de Feller).

A distribuição de probabilidade do maior comprimento de run negativo numa amostra de comprimento N , para o nível de corte X_0 dado em termos de q , de uma variável independente cuja distribuição não necessita ser a normal, tem sido obtida por simulação, e os resultados encontram-se em gráficos [Millan (1971)]

cuja faixa de variação abrange os valores de q iguais a 0.2 ; 0.3 ; 0.4 e 0.5 ; valores do coeficiente de assimetria (γ) 0.0 ; 0.2 ; 0.5 e 1.0 e tamanho de amostra (N) 25 ; 50 ; 100 ; 200 e 500.

b) Série_Finita_Dependente

A distribuição de probabilidade exata, independente do tipo do run observado, para o maior comprimento de run numa sequência de comprimento N , foi determinada por Bateman (1948) para o caso de processos univariados dependentes representados por cadeias de Markov. Quando o interesse está voltado para um determinado tipo de run, estas aproximações por cadeias de Markov também são viáveis. Guerrero e Yevjevich (1975) e Millan (1972), trabalhando independentemente determinaram tais distribuições aproximadas. Os parâmetros destas distribuições não tem sido obtidos.

As distribuições de probabilidades (estimadas pelas frequências) do maior comprimento de run negativo numa amostra de comprimento N , para o caso de uma variável dependente representada por um modelo auto regressivo de primeira ordem, foram obtidas por simulação e também são apresentadas em forma gráfica por Millan (1971). Foram considerados para o coeficiente do modelo auto regressivo (ρ_1) os valores: 0.1 ; 0.2 ; 0.3 e 0.7, permanecendo para os outros parâmetros a mesma faixa de variação do caso de série independente. As expressões aproximadas apresentadas por Feller (1957) serviram para efetuar o controle do método experimental de Monte Carlo utilizado para a determinação de tais gráficos.

c) Série Infinita Independente

Os processos univariados independentes de séries infinitas foram investigados por Downer, Siddiqqi e Yevjevich (1967) e Llamas e Siddiqqi (1969), tendo-se concluído pela independência da distribuição de probabilidades, que se ajusta à componente estocástica, com relação à distribuição de probabilidade do comprimento de run.

A distribuição do comprimento de run num processo univariado de uma sequência estocástica independente, é a mesma do número de tentativas que se faz necessário para que se obtenha o primeiro sucesso numa sequência de tentativas de Bernoulli, independentes, onde a probabilidade de sucesso em cada tentativa é uma constante p . [Guerrero e Yevjevich (1975)]. Esta distribuição é a geométrica, cuja forma é dada por:

$$P \{r = K\} = p q^{K-1} \quad (4.5)$$

onde r é o comprimento do run, q é dado por 2.1, $p = 1 - q$, $K = 1, 2, \dots$ e os parâmetros desta distribuição são dados por:

$$E \{r\} = 1/p \quad (4.6)$$

e

$$\text{var} \{r\} = q/p^2$$

d) Série Infinita Dependente

Neste caso, de solução exata não disponível, foram desenvolvidas duas abordagens que procuram determinar a distribuição de probabilidades do comprimento de run de forma aproximada.

A primeira, desenvolvida por Cox e Miller (1968) , aproxima as séries dependentes de modelo auto regressivo de primeira ordem através da cadeia de Markov correspondente. A matriz de transição de probabilidades correspondente a esta aproximação é :

	$X_{i+1} = 0$	$X_{i+1} = 1$
$X_i = 0$	$1 - \alpha$	α
$X_i = 1$	β	$1 - \beta$

e pode ser obtida de forma direta a partir da amostra, ou de forma indireta a partir da distribuição de probabilidade bivariada ajustada à amostra.

A distribuição de probabilidade resultante desta aproximação é:

$$P |K = k| = \alpha \beta (1 - \beta)^{k-2} , \text{ para } k = 2, 3 \dots \quad (4.7)$$

$$P |K = k| = 1 - \alpha , \text{ para } k = 1 \quad (4.8)$$

com

$$E |k| = \frac{\alpha + \beta}{\beta} \quad (4.9)$$

A segunda aproximação, baseada em integração, utiliza a expansão tetracórica para os casos em que a distribuição que se ajusta à sequência estocástica pode ser considerada normal, e foi desenvolvida por Saldarriaga e Yevjevich (1970).

A probabilidade que ocorra K valores sucessivos abaixo do nível de corte X_0 é dada por:

$$P |K^-| = \int_{-\infty}^{X_0} \dots \int_{-\infty}^{X_0} dF \quad (4.10)$$

onde

$$dF = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{|R|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{K=1}^N \sum_{I=1}^N a_{K,I} X_K X_I \right\} \prod_{K=1}^N dX_K \quad (4.11)$$

onde dF é a densidade de probabilidade da função normal multivariada, N é o número de variáveis, X_1, X_2, \dots, X_N com média zero e desvio padrão um, $|R|$ é o determinante da matriz de correlação destas variáveis e $a_{K,I}$ são os elementos da matriz de correlação inversa.

Estas probabilidades, obtidas empregando-se a expansão tetracórica, encontram-se em tabelas, tendo sido esta aproximação controlada através do método experimental de Monte Carlo. [Saldarriaga e Yevjevich (1970)]. Apenas a média desta distribuição tem sido obtida, e é dada por:

$$E |K^-| = \sum_{j=1}^{\infty} j P |K^- = j| \quad (4.12)$$

A faixa de variação dos parâmetros envolvidos na de terminação da distribuição de probabilidade do maior comprimento de run, que se encontra nas tabelas acima mencionadas, abrange: coefici ente do modelo auto regressivo de primeira ordem (ρ_1) : 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; e 0,5 ; e a faixa de variação de q : 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; e 0,7.

2 - COMPRIMENTO DE RUN. CASO BIVARIADO

No estudo de runs do caso bivariado, além das conside rações sobre séries finitas e infinitas e a relação de dependência entre e em cada sequência estocástica considerada, os quatro tipos de runs descritos na seção 2.3 podem ocorrer. Todas estas considerações serão levadas em conta neste trabalho, sendo que o estudo dos tipos de runs positivo-negativo e positivo-positivo é análogo ao dos tipos negativo-positivo e negativo-negativo, respectiva mente.

Para as transformações de variáveis que virão a ser utilizadas, os valores que se encontrarem abaixo do nível de corte (negativos) serão considerados como evento $|1|$, enquanto que os valo res acima do nível de corte (positivos) serão considerados como evento zero $|0|$.

a) Séries Finitas, Individual e Mutuamente Independentes

Para o caso de valores negativo-negativo, uma nova variável aleatória pode ser definida por $Z = X'Y'$, que possui vari

lor 1 apenas quando $X' = 1$ e $Y' = 1$, caso contrário seu valor é zero. Similarmente, para o caso de valores negativo-positivo a nova variável pode ser definida por $V = X'(1 - Y')$, que possui valor 1 apenas quando $X' = 1$ e $Y' = 0$, caso contrário seu valor é zero. Outras transformações são viáveis para os casos restantes.

O problema da determinação da distribuição de probabilidade de ocorrência, do maior comprimento de run, numa amostra de comprimento dado N fica, desta forma, restrito à determinação da distribuição de probabilidade da nova variável, o que recai no caso univariado descrito anteriormente. No entanto, no lugar de efetivarem esta transformação para processo univariado, com apenas duas saídas, David e Barton (1962) desenvolveram expressões que ao transformarem o processo em univariado produzem quatro saídas, cuja desvantagem reside na sua complexidade computacional. [Guerrero e Yevjevich (1975)].

Quanto aos parâmetros da distribuição, apenas a aproximação de Cramer pode ser utilizada para a determinação do valor esperado do maior comprimento de run.

b) Séries Finitas Individualmente Independentes e Mutuamente Dependentes

A determinação da distribuição de probabilidade para este caso é facilmente obtida quando cada uma das sequências estocásticas segue uma distribuição normal, através do uso da distribuição normal bivariada, que leve em consideração a dependência entre as séries, o que também é viável para o caso de distribuições log normal com dois ou três parâmetros.

Como no caso anterior, a distribuição de probabilidade de ocorrência do maior comprimento de run numa série de comprimento dado pode ser obtida, no caso negativo-negativo, através do uso da nova variável (unidimensional) Z , quando esta assume o valor 1, e da variável V (também unidimensional) no caso negativo-positivo, quando também assume o valor 1, ambas descritos no item a desta seção.

Também neste caso a aproximação de Cramer para o valor esperado do maior comprimento de run pode ser empregada.

c) Séries Finitas Individualmente Dependentes mas Mutuamente Independentes

Este caso pode ser tratado de modo similar àquele em que as séries são individual e mutuamente independentes, residindo a diferença na necessidade de se levar em consideração a dependência em cada uma das séries, o que pode ser efetuado através da aproximação que advem do uso das cadeias de Markov, no lugar de se utilizar os modelos de Markov. Tal aproximação pode ser considerada boa para valores do coeficiente de correlação de séries $\rho \leq 0.4$

As probabilidades do maior comprimento de run negativo-negativo e negativo-positivo, numa série de comprimento dado N , também podem ser obtidas através do uso das variáveis transformadas Z e V do item a.

d) Séries Finitas Individual e Mutuamente Dependentes

O tratamento analítico deste caso é mais complexo que o dos casos anteriores, e apenas soluções aproximadas para casos simples são viáveis até o presente momento.

As soluções aproximadas desenvolvidas por Guerrero e Yevjevich (1975) envolvem o uso das cadeias de Markov de quatro estados, e para que se possa efetuar a transformação de variáveis, faz-se necessário que as distribuições marginais das sequências estocásticas também sejam cadeias de Markov, além de também o serem as variáveis transformadas. Todo este desenvolvimento pode ser efetuado considerando-se a premissa da componente estocástica dependente, de cada uma das variáveis, ser normalmente distribuída.

A primeira aproximação, empregada para a determinação da distribuição de probabilidade para este caso, envolve o conhecimento da matriz de transição de probabilidades para uma cadeia de Markov de quatro estados, e como foi dito anteriormente, para que se possa fazer o uso da transformação de variáveis faz-se necessário que as distribuições marginais das variáveis unidimensionais também sejam cadeias de Markov. Desde que tais condições sejam satisfeitas, é facultativo o uso da aproximação univariada para a determinação da distribuição de probabilidades a que se refere este caso.

Um outro meio de se efetuar uma aproximação para este caso consiste em considerar-se as distribuições marginais de cada série com sua correspondente cadeia de Markov de dois estados. Para que se possa obter a distribuição de probabilidade, correspondente a este caso, espera-se que a variável transformada, unidimensional, também seja uma cadeia de Markov de dois estados, cuja matriz de transição de probabilidade requer a integração de uma distribuição normal quadrivariada, através do uso da expansão tetracórica. (Guerrero e Yevjevich (1975)).

As restrições acima descritas limitam o emprego destas aproximações.

e) Séries Infinitas Individual e Mutuamente Independentes

A distribuição de probabilidade de ocorrência do comprimento de run para este caso é exatamente determinada, sem que se faça necessária a transformação de variáveis, pela distribuição geométrica.

Para o caso de runs negativo-negativo a distribuição tem a seguinte forma:

$$f_{NN}(K) = (p_1 p_2)^{K-1} (1 - p_1 p_2) \quad K = 1, 2, \dots, \quad (4.13)$$

em que $p_1 = F_X(X_0)$ e $p_2 = F_Y(Y_0)$, K é o comprimento do run considerado,

$$E |K| = \frac{1}{1 - p_1 p_2} \quad (4.14)$$

$$\text{var } |K| = \frac{p_1 p_2}{(1 - p_1 p_2)^2}$$

Para a distribuição de runs negativo-positivo:

$$f_{NP}(K) = |p_1(1-p_2)|^{K-1} |1 - p_1(1-p_2)| \quad K = 1, 2, \dots, \quad (4.15)$$

onde

$$E |K| = \frac{1}{1 - p_1(1-p_2)} \quad (4.16a)$$

e

$$\text{var } K = \frac{p_1(1 - p_2)}{(1 - p_1(1 - p_2))^2} \quad (4.16b)$$

f) Séries Infinitas Individualmente Independentes mas Mutuamente Dependentes

A distribuição de probabilidade de ocorrência do comprimento de run é obtida de modo análogo ao caso anterior, em que a distribuição de tal probabilidade é geométrica.

Considerando-se que as duas variáveis, X e Y , pertencem à mesma distribuição, os quatro tipos de runs podem ser investigados através de sua distribuição conjunta dada através da distribuição bivariada. [Guerrero e Yevjevich (1975)].

Portanto, a distribuição de probabilidades de ocorrência de runs para o tipo negativo-negativo é dada por:

$$f_{NN}(K) = |F_{X,Y}(X_0, Y_0)|^{K-1} |1 - F_{X,Y}(X_0, Y_0)|, \quad K = 1, 2, \dots \quad (4.17)$$

em que $F_{X,Y}$ é a distribuição bivariada de X e Y , que leva em consideração a dependência entre as séries. Similarmente, a probabilidade que ocorra runs negativo-positivo é dada através da distribuição geométrica e o uso da distribuição bivariada correspondente.

g) Séries Infinitas Individualmente Dependentes mas Mutuamente Independentes

A determinação da distribuição de probabilidade de ocorrência do comprimento de run para este caso é obtida de modo

similar ao do caso de séries individual e mutuamente independentes , residindo a diferença no fato de a distribuição de probabilidades conjunta dever levar em consideração a dependência em cada uma das séries. |Guerrero e Yevjevich (1975)|.

A probabilidade de ocorrência de comprimentos de runs negativo-negativo e negativo-positivo pode ser obtida através da transformação de variáveis, e as soluções obtidas são aproximadas através do uso das cadeias de Markov.

Um outro modo de determinar-se tal distribuição de probabilidade envolve uma integração aproximada, através do uso da expansão tetracórica, em que os resultados obtidos são menos acurados do que no modo anterior.

h) Séries Infinitas Individual e Mutuamente Dependentes

Devido ao tratamento analítico complexo que envolve a determinação da distribuição de probabilidade de ocorrência dos comprimentos de runs para este caso, apenas soluções aproximadas podem ser obtidas até o presente momento.

Quatro tipos diferentes de aproximações podem ser empregadas: a primeira envolve a redução de estados de cadeia de Markov; a segunda emprega as cadeias de Markov nos dois processos em que as variáveis foram transformadas; a terceira emprega a cadeia de Markov de quatro estados; e a última envolve a integração aproximada de uma distribuição normal quadrivariada, através do uso da expansão tetracórica. O grau das aproximações não tem sido verificado.

i) Aproximação para a Distribuição dos Comprimentos de Runs em Séries Infinitas

A distribuição de frequências dos comprimentos de runs em séries infinitas, no caso bivariado, foram investigadas por Guerrero e Yevjevich (1975), tendo estes concluído através do uso da abordagem de Ord (1972) pela aceitação da distribuição binomial negativa,

$$f_X(x) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x \quad (4.18)$$

onde p e r são estimados por:

$$p = \frac{\bar{x}}{s^2}$$

e (4.19)

$$r = \frac{\bar{x} p}{1-p}$$

para ajuste da distribuição em questão.

A apresentação dos parâmetros obtidos, p e \bar{x} , da distribuição binomial negativa que pode ser ajustada à distribuição dos comprimentos de runs para séries infinitas no caso bivariado, foi dada em forma de equações de regressão múltipla linear em função dos parâmetros do processo bivariado considerado e dos percentuais de valores correspondentes aos níveis de corte, tendo sido apresentadas tabelas dos coeficientes das equações empregadas para os casos negativo-negativo e negativo-positivo.

A abordagem empregada pelos autores citados consis-

tiu em expressar os parâmetros a serem obtidos por:

$$p = f_1(q_1, q_2, \rho_1(\epsilon_x), \rho_1(\epsilon_y), \rho(0))$$

e

(4.20)

$$\bar{X} = f_2(q_1, q_2, \rho_1(\epsilon_x), \rho_1(\epsilon_y), \rho(0))$$

Também foi empregada a análise de regressão múltipla não linear e outros parâmetros representativos do processo bivariado, sem contudo atingir-se valores significativamente diferentes da variância explicada R^2 .

As expressões de múltipla regressão linear obtidas foram:

$$u = a + b \rho_1(\epsilon_x) + c \rho_1(\epsilon_y) + d \rho(0) + e q_1 + f q_2 \quad (4.21)$$

onde u é a variável dependente, $\rho_1(\epsilon_x)$ é o primeiro coeficiente de correlação da série X , $\rho_1(\epsilon_y)$ é o primeiro coeficiente de correlação da série Y , $\rho(0)$ é o coeficiente de correlação entre as séries x e y de "lag" zero, q_1 e q_2 representam o percentual de valores que se encontram abaixo (ou acima) do nível de corte previamente estipulado.

A tabela 1 indica os valores estimados dos coeficientes da regressão múltipla para os casos negativo-negativo e negativo-positivo.

u	a	b	c	d	e	f	R ²
P _{NN}	1.21820	- 0.21027	- 0.21798	- 0.21702	- 0.47400	- 0.38791	0.9191
\bar{x}_{NN}	- 0.57004	0.38954	0.39343	0.32733	0.91963	0.89756	0.9194
P _{NP}	0.77257	- 0.30926	- 0.05499	0.23828	- 0.58807	0.45602	0.9459
\bar{x}_{NP}	0.28646	0.40253	0.08957	- 0.35300	1.08919	- 0.84341	0.9168

TABELA 1 - Coeficientes da Regressão Múltipla para o Caso Bivariado Negativo-Negativo (NN) e Negativo-Positivo (NP), em Séries Infinitas.

As expressões citadas também podem ser utilizadas como aproximações para os processos univariados, bastando para isto que se anule os parâmetros concernentes a um dos processos, podendo também ser utilizadas para a verificação do método experimental.

j) Aproximação para a Distribuição do Maior Comprimento de Run em Séries Finitas

Após inúmeras tentativas de se promover o ajuste de distribuição ao maior comprimento de run (Distribuições Beta-Pascal, Hipergeométrica, Binomial, Hyper-Poisson entre outras), Guerrero e Yevjevich (1975) concluíram pelo uso de uma distribuição geométrica mista: o lado esquerdo uma distribuição geométrica interrompida e do lado direito uma distribuição geométrica completa como sendo:

$$f_X(x) = \alpha \frac{(1-\theta_1)\theta_1^{\gamma-x}}{1-\theta^{\gamma+1}} I_{\{0,1,\dots,\gamma\}} + (1-\alpha) \frac{\theta_2(1-\theta_2)^x}{(1-\theta_2)^{\gamma+1}} I_{\{\gamma+1,\dots\}}$$

(4.22)

com θ_1 e θ_2 parâmetros de cada lado, γ parâmetro de locação e α parâmetro de repartição.

A estimação de tais parâmetros pode ser efetuada por diversos métodos, entre eles o de máxima verossemelhança. Pelo método de máxima verossemelhança γ é estimado pela moda m ou $\hat{\gamma}=m-1$, α é estimado por $\hat{\alpha} = \sum_{i=1}^{\gamma} p_i$, θ_2 é estimado por $(\bar{x} - \hat{\gamma})^{-1}$, com \bar{x} a média das observações maiores do que $\hat{\gamma} + 1$, e θ_1 é estimado por um processo iterativo que soluciona

$$\frac{1}{1 - \hat{\theta}_1} = \frac{\hat{\gamma} - \bar{x}_1}{\hat{\theta}_1} + \frac{(\hat{\gamma} + 1) \hat{\theta}_1^{\gamma}}{1 - \hat{\theta}_1^{\gamma+1}} \quad (4.23)$$

com \bar{x}_1 a média das observações menores do que $\hat{\gamma}$.

Uma vez obtidos os parâmetros das distribuições mistas, para uma generalização, empregou-se a análise de regressão múltipla linear, fazendo-se as mesmas considerações quanto aos parâmetros do processo bivariado do item i . As variáveis dependentes podem ser expressas por:

$$u = a + b \rho_1(\epsilon_x) + c \rho_1(\epsilon_y) + d \rho(0) + e q_1 + f q_2 + g \log_{10} n \quad (4.24)$$

onde n é o tamanho da amostra considerada.

Os coeficientes obtidos pela regressão múltipla linear estão indicados na tabela 2 para o caso negativo-negativo e na tabela 3 para o caso negativo-positivo.

u	a	b	c	d	e	f	g	R ²
γ	-4.03751	0.67364	0.61192	0.98148	2.96296	2.83951	1.75236	0.8233
α/γ	0.69835	-0.07551	-0.08227	-0.12509	-0.31244	-0.31332	-0.11409	0.7906
θ_2	1.28471	-0.23525	-0.22875	-0.21906	0.52795	-0.47152	-0.02546	0.9036
θ_1/γ	0.08726	0.04108	0.04209	-0.01139	-0.00463	-0.01392	-0.02972	0.2169

TABELA 2 - Coeficientes da Regressão Múltipla para o Caso Bivariado Negativo-Negativo em Séries Finitas

u	a	b	c	d	e	f	g	R ²
γ	-0.74931	0.18519	0.67901	-1.11111	-3.08642	3.72840	1.42368	0.8042
α/γ	0.50198	-0.02325	-0.08476	0.13836	0.34381	-0.54054	-0.14312	0.7985
θ_2	0.32634	-0.08529	-0.27450	0.20982	-0.56094	-0.74094	0.03070	0.9318
θ_1/γ	0.10310	0.00701	0.05416	0.00925	-0.01177	-0.04440	-0.03424	0.1596

TABELA 3 - Coeficientes da Regressão Múltipla para o Caso Bivariado Negativo-Positivo em Séries Finitas.

Do mesmo modo que para o ítem i , estas aproximações podem ser utilizadas para processos univariados, como também podem servir para a verificação do método experimental.

3 - MODELOS DE GERAÇÃO

Um modelo de geração de séries procura preservar de terminadas características, estimadas a partir de uma amostra, de um processo estocástico. O método experimental de Monte Carlo, preservando tais condições, permite que a partir das características

da série histórica venha a se obter uma quantidade, tão grande quanto a desejada, de valores do parâmetro que se deseja observar, cuja variação amostral na série histórica é muito grande. Desta forma, é possível determinar-se a distribuição de frequência do parâmetro, inferindo-se ser esta sua distribuição de probabilidade. Os parâmetros de interesse no decorrer deste trabalho são o maior comprimento de run numa série de comprimento dado e o comprimento de run numa série infinita.

Quando o procedimento analítico se torna complexo, o método experimental precisa ser empregado. Para a geração de séries univariadas serão consideradas as dependências de primeira e segunda ordem dos modelos auto regressivos, enquanto que para a geração bivariada apenas os modelos de primeira ordem, em que se considera a interdependência entre as séries, serão considerados.

a) Da Série Univariada

A geração de séries univariadas é simples e envolve o conhecimento a priori da distribuição de probabilidade (e os seus parâmetros), que se ajusta à componente estocástica independente $|\xi_i|$, e os coeficientes do modelo auto regressivo que explicam a dependência estimada na série histórica.

Tendo-se o conhecimento destes elementos o modelo de geração de séries univariado para modelos auto regressivos de ordem um tem a seguinte forma:

$$X_i = a_1 X_{i-1} + \sqrt{1 - a_1^2} \xi_i \quad (4.25)$$

em que $|X_i|$ é a componente estocástica dependente, a_1 é o estimado coeficiente do modelo de dependência, e $|\xi_{i1}|$ é a componente estocástica independente, gerada a partir da distribuição da mesma componente da série histórica, da qual possui os mesmos parâmetros. Neste modelo a_1 é estimado por r_1 , coeficiente de correlação da série de "lag" um. Para o caso do modelo auto regressivo de ordem dois temos:

$$X_i = a_1 X_{i-1} + a_2 X_{i-2} + \sqrt{1 - (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 r_1)} \xi_i \quad (4.26)$$

em que a_1 e a_2 são estimados pelas equações 3.27 e 3.28, com r_1 e r_2 e para o modelo auto regressivo de ordem três temos:

$$X_i = a_1 X_{i-1} + a_2 X_{i-2} + a_3 X_{i-3} + \sqrt{1 - (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + 2a_1 a_2 r_1 + 2a_1 a_3 r_2 + 2a_2 a_3 r_3)} \xi_i \quad (4.27)$$

em que a_1 , a_2 e a_3 são estimados pelas equações 3.29, 3.30 e 3.31 com r_1 , r_2 e r_3

b) Da Série Bivariada

Quando a dependência interna de cada uma das séries pode ser representada através de um modelo auto regressivo de primeira ordem pode-se fazer uso do modelo apresentado por Matalas (1967) para obter séries geradas bivariadamente em que se considere a interdependência entre as mesmas.

Dadas as componentes estocásticas dependentes $|X_i|$ e $|Y_i|$, se o que se deseja é gerar séries que possuam a mesma estrutura de cada uma delas, e a mesma relação de interdependência,

é necessário inicialmente identificar-se os parâmetros que serão empregados. Seja

- $r_x^{(0)}$ - coeficiente de correlação de $|x_i|$, "lag" zero,
- $r_y^{(0)}$ - coeficiente de correlação de $|y_i|$, "lag" zero,
- $r_x^{(1)}$ - coeficiente de correlação de $|x_i|$, "lag" um ,
- $r_y^{(1)}$ - coeficiente de correlação de $|y_i|$, "lag" um ,
- $r_{x,y}^{(0)} = r_{y,x}^{(0)}$ - coeficiente de correlação entre $|x_i|$ e $|y_i|$ e $|y_i|$ e $|x_i|$ "lag" zero e
- $r_{x,y}^{(1)} \neq r_{y,x}^{(1)}$ - coeficiente de correlação entre $|x_i|$ e $|y_i|$ e $|y_i|$ e $|x_i|$ "lag" um

O modelo que irá preservar as características das séries dadas tem a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} X_{t+1} \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \epsilon_{t+1} \\ \xi_{t+1} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

em que $|\epsilon_t|$ é a componente estocástica independente que corresponde a $|X_t|$ e $|\xi_t|$ é a componente estocástica independente que corresponde a $|Y_t|$, as quais deverão ser geradas através da distribuição que se ajusta à componente independente das séries históricas. A matriz A é estimada por:

$$A = M_1 M_0^{-1} \quad (4.29)$$

onde M_1 é a matriz de correlação cruzada de "lag" 1, com a seguinte forma:

$$M_1 = \begin{vmatrix} r_x^{(1)} & r_{x,y}^{(1)} \\ \hat{r}_{y,x}^{(1)} & r_y^{(1)} \end{vmatrix} \quad (4.30)$$

M_0 é a matriz de correlação cruzada de "lag" zero, dada por

$$M_0 = \begin{vmatrix} r_x^{(0)} & r_{x,y}^{(0)} \\ r_{y,x}^{(0)} & r_y^{(0)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & r_{x,y}^{(0)} \\ r_{x,y}^{(0)} & 1 \end{vmatrix} \quad (4.31)$$

e B é tal que

$$BB^T = C = M_0 - A M_1^T \quad (4.32)$$

cuja resolução pode ser obtida através de componentes principais ou de métodos recursivos.

Desenvolvendo-se este esquema do modelo bivariado, e utilizando para a determinação da matriz B o esquema recursivo de Young e Pisano [1967, 1968], pode-se obter as séries geradas de interesse, onde a média, a variância, o coeficiente de correlação entre séries de "lag" zero e o coeficiente de correlação de cada uma das séries, normalmente distribuídas, são preservados.

As equações que traduzem tal modelo tem a seguinte forma:

$$X_{i+1} = r_x^{(1)} X_i + \sqrt{1 - r_x^{(1)2}} \varepsilon_{i+1} \quad (4.33)$$

$$Y_{i+1} = r_y^{(1)} Y_i + r_{(0)} \sqrt{1 - r_y^{(1)2}} \varepsilon_{i+1} + \sqrt{1 - r_x^{(1)2}} \sqrt{1 - r_y^{(1)2}} \xi_{i+1} \quad (4.34)$$

onde

$$r_{(0)} = \frac{r_{x,y}^{(0)} |1 - r_x^{(1)} r_y^{(1)}|}{\sqrt{1 - r_x^{(1)2}} \sqrt{1 - r_y^{(1)2}}} \quad (4.35)$$

V - CASOS DE APLICAÇÃO

Visando obter as distribuições de probabilidades de duração de seca, utilizando como parâmetro o comprimento de run, foram selecionadas algumas estações de vazões e precipitações para nelas aplicar as metodologias descritas neste trabalho. Com este objetivo foi realizado:

- 1) Análise estrutural das séries mensais e anuais com o ajuste da distribuição de probabilidade à componente estocástica independente; e
- 2) Estimação das probabilidades desejadas nos casos em que se conta com metodologia exata e a geração de séries sintéticas com a consequente estimação da distribuição de probabilidade, como frequência, da ocorrência de um determinado tipo de comprimento de run (negativo para o caso univariado, negativo-negativo e negativo-positivo, para o caso bivariado) em séries finitas e infinitas, nos casos em que não se conta com subsídios analíticos adequados.

Foi utilizado para este fim o computador do Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ, Burroughs B6700, com 1600 K de memória física, empregando linguagem FORTRAN.

As estações que são objeto deste estudo foram escolhidas na região centro-sul do país, onde se encontra vasto potencial hidroelétrico. As características dos dados são apresentadas na Tabela 4.

	SÉRIE	RIO	POSTO	LAT.	LONG.	ÁREA CONTRIBUINTE	PERÍODO	FONTE
VAZÃO	1	S. Francisco	3 Marias	18°10'	45°18'	50 600 km ²	1941-1963	Cadastro de Afluências Naturais Grupo coordenador para Operação In- terligada - SUDESTE
	2	Grande	Furnas	20°43'	46°08'	53 100 km ²	1941-1963	Idem
	3	Tietê	Tietê	23°06'	47°43'	9 070 km ²	1937-1959	D N A E E
	4	Iguaçu	Salto Osório	25°32'	53°03'	46 415 km ²	1941-1963	D N A E E
PRECIPITA- ÇÃO	5	-	Fazenda Aterrado	23°27'	48°27'	-	1943-1970	Atlas Pluviométrico do Estado de S. Paulo
	6	-	Magro	30°02'	51°13'	-	1943-1970	Departamento Nacional de Meteorolo- gia

TABELA 4 - CARACTERÍSTICAS DAS SÉRIES HIDROLÓGICAS EMPREGADAS

1 - ANÁLISE DA ESTRUTURA DAS SÉRIES PARA O CASO UNIVARIADO

A - Séries Mensais

1 - Tendências e Saltos

A identificação das tendências e saltos foi efetuada de modo qualitativo, conforme o apresentado na seção 3.1, não tendo sido identificada a presença destas não homogeneidades. A análise de consistência dos dados não foi efetuada, admitindo-se que estes tenham sido objeto de um processo prévio desta natureza.

2 - Parâmetros Obtidos Diretamente da Amostra

A média e o desvio padrão, dados mensalmente, de cada uma das séries investigadas, encontram-se na Tabela 5 e estes valores foram utilizados na remoção da periodicidade pelo método não paramétrico.

3 - Identificação da Estrutura das Séries

As técnicas descritas na seção 3.2 indicaram uma estrutura periódica complexa através do correlograma dado pela expressão 3.2, com uma periodicidade básica de 12 ciclos por mês, e através do espectro densidade de variância dado pela expressão 3.4 o que implica na necessidade de se determinar o modelo da periodicidade e a sua conseqüente remoção.

4 - Seleção do Modelo da Periodicidade

Para se identificar a configuração do modelo a ser empregado, foram realizados os testes de constância nos parâmetros médias mensais, desvios padrões mensais e coeficientes das varia -

ções mensais, para cada uma das séries, que demonstraram em todos os casos serem significativamente diferentes de uma constante, para um nível de significância de 95%. Portanto, os testes descritos na seção 3.3.1 indicaram o uso do modelo de tipo 3 B para todas as séries investigadas.

5 - Remoção da Periodicidade e Obtenção da Componente Estocástica Estacionária

a) Método não Paramétrico

Tendo sido selecionado o modelo de tipo 3 B para representar a periodicidade, esta foi removida através da expressão 3.16, com as componentes periódicas na média e no desvio padrão das através da expressão 3.11. Tais componentes periódicas encontram-se na Tabela 5, e são os parâmetros obtidos diretamente da amostra. O correlograma e o espectro contínuo não identificaram periodicidade ou frequência dominante na componente estocástica obtida.

b) Método Paramétrico

O modelo selecionado, de tipo 3 B, tem as componentes periódicas estimadas para este método, através da expressão 3.9 com os coeficientes de Fourier A_j e B_j estimados através da expressão 3.10. O número de harmônicas significativas foi determinado através do critério empírico que utiliza-se dos valores máximos e mínimos de P , computados pela expressão 3.19, onde o valor de a empregado é 0.033. O número de harmônicas significativas determinado através do critério gráfico (periodograma acumulado) foi, na maioria dos casos, inferior ao número de harmônicas consideradas significativas pelo critério anterior, com valores de P , correspondentes ao critério gráfico, inferiores aos valores de

P máximo. Logo, fez-se necessário decidir qual critério deveria ser empregado, selecionando-se para isto o que determina valores máximos e mínimos de P . As componentes periódicas na média e no desvio padrão, assim como os coeficientes de Fourier encontram-se na Tabela 6.

Procurou-se efetuar o ajuste à componente periódica do desvio padrão através da variância, o que não foi possível para todas as séries analisadas devido ao procedimento matemático que produziu valores negativos da componente periódica na variância, o que sob o ponto de vista físico é inadmissível. Portanto, além do ajuste à componente periódica do desvio padrão ter sido efetuada através da variância, nos casos em que esta foi possível, também foi efetuado o ajuste através do desvio padrão, apresentando-se os resultados nas Tabelas 6a e 6b.

A componente estocástica obtida não apresentou, através dos respectivos procedimentos de identificação, periodicidade ou frequência dominante.

6 - Investigação do Modelo de Dependência

O método do coeficiente de determinação, exposto na seção 3.4, foi empregado a partir dos coeficientes de correlação de série, para a investigação do modelo auto regressivo. Na Tabela 5, encontram-se as ordens dos modelos auto regressivos para cada uma das séries investigadas pelo método não paramétrico, e na Tabela 6 para o método paramétrico.

Um outro procedimento, alternativo para a investigação da ordem do modelo auto regressivo consistiu em procurar-se

ajustar o modelo auto regressivo de primeira ordem à componente estocástica dependente e ao se determinar o correlograma da componente estocástica que resulta da aplicação do modelo, os limites de tolerância impostos tiverem sido satisfeitos a componente estocástica pode ser considerada independente, com o modelo auto regressivo de primeira ordem explicando tal dependência. Nos casos em que os limites de tolerância não tiverem sido satisfeitos tornou-se necessário acrescentar a ordem do modelo auto regressivo, o que satisfizes as condições impostas para as séries investigadas, conforme resultados das Tabelas 5 e 6 .

7 - Teste de Constância do Coeficiente de Correlação de Série

Os coeficientes de correlação de série foram testados quanto à sua constância segundo o item C da seção 3.4, tendo sido aplicados os testes de igualdade, na média e variância, da seção 3.3.1 para as duas sub amostras cujos valores foram obtidos alternadamente. Os coeficientes de correlação de séries considerados (de "lag" um e dois), não se apresentaram periódicos para um nível de significância de 95% . Os coeficientes de correlação, dados mês a mês, encontram-se na Tabela 8 .

8 - Obtenção da Componente Estocástica Independente

A estimação dos parâmetros do modelo a ser empregado, considerando-se o coeficiente de correlação de série constante foi efetuada através das expressões 3.26 a 3.31, e a aplicação do modelo selecionado através dos coeficientes de determinação deu origem à componente estocástica independente, a qual foi obtida através da aplicação dos modelos auto regressivos dados pelas ex-

pressões 3.38 a 3.41 .

Os parâmetros dos modelos auto regressivos, de cada uma das séries analisadas, encontram-se na Tabela 5 para o método não paramétrico, e na Tabela 6 para o método paramétrico.

Os limites de tolerância, avaliados pela expressão 3.44, impostos ao correlograma da componente estocástica estacionária indicaram a aceitação da hipótese desta ser independente.

9 - Ajuste de Distribuição de Probabilidade à Componente Estocástica Independente

Os parâmetros estimados pelo método de máxima verossimelhança, de cada uma das distribuições selecionadas, (normal, log normal de 3 parâmetros e gama de 3 parâmetros) encontram-se na Tabela 5 para o método não paramétrico e na Tabela 6 para o método paramétrico.

O grau de ajustamento de cada uma destas distribuições à componente estocástica independente foi obtido através dos testes de qui-quadrado e Smirnov-Kolmogorov, conforme o estabelecido na seção 3.5. Na Tabela 5 encontra-se as estatísticas de cada um destes testes, (qui quadrado calculado e sua correspondente probabilidade, e desvio Δ calculado com sua correspondente probabilidade), para cada distribuição de probabilidade e para cada uma das séries obtidas através do método não paramétrico (e na Tabela 6 para o método paramétrico), com uma probabilidade de se rejeitar a hipótese de um bom ajustamento, quando este é verdadeiro, de 5%, com 17 graus de liberdade para o teste de qui quadrado.

O método selecionado para a remoção da periodicida-

de e de uso subsequente neste trabalho, foi o não paramétrico, de tipo 3B, através da expressão 3.16, e os motivos que levaram a esta seleção foram:

- a) o número de estatísticos que devem ser estimados através deste método não difere, para o caso mensal, do número necessário no método paramétrico.
- b) a componente periódica no desvio padrão não pode ser avaliada através da componente periódica na variância, no método paramétrico, para todas as séries.
- c) por uma necessidade de coerência e de se empregar um único método ao longo de todo o trabalho executado.

B - Séries Anuais

As séries anuais de vazões e precipitações são geralmente processos estocásticos estacionários, podendo se apresentar as séries de vazões como processos dependentes e as de precipitações como processos independentes. As análises de suas estruturas são efetuadas de modo análogo ao das séries mensais, excetuando-se tudo que se refira a periodicidades.

1 - Tendências e Saltos

Procurou-se identificar as tendências e os saltos de modo qualitativo, à semelhança do efetuado para as séries mensais, não se registrando tais não homogeneidades. Também não foi efetuado a análise de consistência dos dados, prevendo-se que estes já fossem consistentes.

2 - Parâmetros Obtidos Diretamente da Amostra

A média e o desvio padrão, dos dados considerados

anualmente, para cada uma das séries encontram-se na Tabela 7 .

3 - Identificação da Estrutura da Série

As técnicas do correlograma e da análise espectral da seção 3.2, através das expressões 3.2 e 3.4 foram empregadas para a identificação da estrutura das séries anuais. Tendo sido considerada a hipótese (que foi testada) das séries históricas se constituírem em componentes estocásticas independentes, limites de tolerância da expressão 3.4.4 foram impostos ao correlograma tendo a hipótese sido aceita para algumas das séries investigadas. Tais séries podem ser identificadas na Tabela 7.

4 - Investigação do Modelo de Dependência

Para a análise de dependência foi empregado o método do coeficiente de determinação e o procedimento alternativo descrito para o caso da análise de séries mensais. A ordem dos modelos auto regressivos empregados encontram-se na Tabela 7 .

5 - Obtenção da Componente Estocástica Independente

Para o caso das séries anuais o procedimento para a obtenção da componente estocástica independente é idêntico aquele necessário para que se obtenha a mesma componente no caso mensal, desde que o coeficiente de correlação de série possa ser considerado constante. Portanto para efeito deste trabalho, o procedimento e as expressões empregadas são idênticas ao do caso mensal, encontrando-se os parâmetros dos modelos na Tabela 7 .

Quanto aos limites de tolerância, estes foram avaliados pela expressão 3.44, e indicaram a aceitação da hipótese de

independência da componente estocástica que resultou dos modelos auto regressivos indicados na Tabela 7 .

6 - Ajuste de Distribuição de Probabilidade à Componente Estocástica Independente

As distribuições empregadas para o ajuste à componente independente de séries anuais foram as mesmas do caso mensal (normal, log normal 3 parâmetros e gama de 3 parâmetros). Na Tabela 7 encontram-se os parâmetros de cada uma destas distribuições, como também as estatísticas dos testes de qui quadrado e Smirnov-Kolmogorov (os mesmos do caso mensal), com uma probabilidade de se rejeitar a hipótese de um bom ajustamento, quando este é verdadeiro, de 5%, e com 2 graus de liberdade para o teste de qui quadrado.

2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA DAS SÉRIES PARA O CASO BIVARIADO. MENSAIS E ANUAIS

Para o caso bivariado de séries mensais ou anuais, o procedimento da análise estrutural é idêntico ao efetuado para o caso univariado, acrescentando-se apenas a identificação da estrutura de correlação entre as séries (cruzada), técnica descrita na seção 3.2, que para o caso bivariado toma a seguinte forma:

$$\rho_{X,Y}^{(K)} = \frac{\text{cov } |X_i, Y_{i+K}|}{|\text{var } X_i|^{\frac{1}{2}} |\text{var } Y_i|^{\frac{1}{2}}} \quad (5.1)$$

cujo valor estimado $r_{X,Y}^{(K)}$ foi obtido através da expressão 3.2 com as correspondentes modificações.

Os valores dos coeficientes de correlação entre as componentes estocásticas dependentes de cada duas séries investigadas, de "lag" zero, são dados na Tabela 9 para o caso mensal e na tabela 10 para o caso anual.

O teste de hipótese de significância do coeficiente de correlação entre séries indica que, para $r_{X,Y}$ poder ser considerado não significativamente diferente de zero,

$$t_c = \frac{r_{X,Y}}{\sqrt{1 - r_{X,Y}^2}} \cdot \sqrt{f} \quad (5.2)$$

onde $f = n - 2$ e n é o tamanho da amostra, t distribuído com f graus de liberdade, deve ser menor que o valor de t tabelado, para determinado nível de significância (foi empregado 95%).

Apenas os coeficientes de correlação entre as séries 1-2, 1-3, 1-4 e 3-4 para o caso mensal, e 1-2 e 2-3 para o caso anual são, segundo tal procedimento, significativamente diferentes de zero.

3 - GERAÇÃO DE SÉRIES

A - Mensal Univariada

Tendo sido determinadas as distribuições de probabilidades que melhor se ajustam à componente estocástica independente, o próximo estágio no sentido de se determinar a distribuição de probabilidade de duração da seca é a geração de séries, para os casos em que não se conta com processo analítico, de modo que o

evento de interesse possa ser observado repetidamente com o objetivo de se determinar a sua distribuição de frequência e, por inferência, admitir ser esta a sua distribuição de probabilidade.

O número de dados que foram gerados, para todas as situações, foi de 120.000, o que satisfaz os critérios estabelecidos por Guerrero e Yevjevich (1975).

Os números pseudos-aleatórios empregados encontram-se em estado intrínseco, no sistema Burroughs, como sendo uma função de geração de dados "aleatórios" com distribuição uniforme 0-1. O processo intrínseco de geração de valores randômicos uniformes, no computador utilizado, emprega o método da congruência mista, cujo desenvolvimento recente oferece vantagens, com relação aos métodos aditivo e multiplicativo, mas que introduz problemas de aceitabilidade estatística no seu uso. O método baseia-se na fórmula de recorrência da congruência:

$$\eta_{i+1} \equiv a \eta_i + c \pmod{m} \quad (5.3)$$

onde η_i , a , c e m são inteiros não negativos η_{i+1} e $a\eta_i + c$ são congruentes de módulo m . O período de repetição destes valores pseudos-randômicos cobre o conjunto completo de m diferentes números [Naylor et al. 1971] desde que se escolha apropriadamente uma constante multiplicativa, e a constante aditiva não seja nula. No computador empregado o valor de m é 2^{39} . [Burroughs (1971)].

A transformação

$$X = \sum_{i=1}^{12} Y_i \quad (5.4)$$

fornece dados aleatórios com distribuição normal, estandarizada, onde Y_i é a variável com distribuição 0-1 e X a variável normal.

A transformação de dados aleatórios com distribuição normal em dados log normalmente distribuídos, com 3 parâmetros, é efetuada através de :

$$Z_i = e^{m_n + S_n X_i - \beta} \quad (5.5)$$

onde m_n é a média dos logarítimos dos valores, S_n é o desvio padrão, β é o fator de escala, X_i é a variável normalmente distribuída, estandarizada, Z_i é a variável log normalmente distribuída.

Para o caso das séries mensais foi aceita a hipótese de bom ajustamento da distribuição log normal de 3 parâmetros para todas as séries investigadas.

Após ter obtido os números aleatórios com a distribuição desejada agregou-se a dependência, nos casos em que esta se apresentou, reconstituindo-se desta maneira a componente estocástica.

B - Mensal Bivariada

A geração de séries bivariadas baseia-se na geração univariada (caso A), fazendo-se necessário um conhecimento prévio da estrutura de correlação entre as séries (cruzada), dada através do coeficiente de correlação entre as componentes estocásticas dependentes das séries, de "lag" zero, já apresentado.

O procedimento empregado neste trabalho para a geração de séries bivariada faz uso do modelo apresentado por Matalas (1967), com esquema recursivo desenvolvido por Young e Pisano [1967, 1968], conforme apresentado na seção 4.3 .

Os elementos da matriz de correlação de "lag" zero (M_0) encontram-se na Tabela 9 para o caso mensal. Os elementos da matriz de correlação de "lag" um (M_1) são os valores médios encontrados na Tabela 8 e os elementos restantes, da correlação cruzada, tendo sido obtidos indiretamente através de:

$$r_{X,Y}^{(1)} = r_X^{(1)} \cdot r_{(0)} \quad (5.6)$$

onde $r_{(0)}$ é dado através de 4.35.

C - Anual Univariada

A geração de séries para este caso se processa de forma idêntica a do caso A, tendo sido aceita a hipótese de bom ajustamento da distribuição normal para todas as séries investigadas.

D - Anual Bivariada

O procedimento empregado para a geração de séries deste caso é análogo ao do caso B, com os elementos da matriz de correlação M_0 dados na Tabela 10. Os elementos da matriz M_1 foram obtidos da Tabela 7 sob a forma de coeficientes do modelo auto regressivo de primeira ordem, ou então de zeros quando a série histórica se apresentou independente, sendo que os elementos restantes, de correlação cruzada, foram obtidos indiretamente como no caso B.

4 - TEORIA DE RUNS UNIVARIADA

As probabilidades de ocorrência do maior comprimento de run em séries de comprimento dado $N = 300, 600$ e 1200 (caso mensal) e $N = 25, 50$ e 100 (caso anual), e as probabilidades de ocorrência dos comprimentos de runs em séries infinitas foram avaliadas para cada uma das séries investigadas, de acordo com as características apresentadas por estas na ocasião de sua análise estrutural. Os resultados obtidos de acordo com as metodologias apresentadas no Capítulo IV são de caráter exato, aproximado ou experimental, segundo cada caso investigado. Os níveis de corte considerados, que podem ser associados a demanda, corresponderam aos valores de q da expressão 2.1 igual a 0.3 ; 0.4 e 0.5 .

A - Mensal

De acordo com os resultados da análise estrutural apresentados na Tabela 5, todas as séries investigadas na condição mensal apresentaram-se dependentes (modelo auto regressivo linear

de primeira ordem para as séries 1,4 e 6 e segunda ordem para as restantes) e as distribuições de probabilidades foram obtidas, para cada caso, da seguinte maneira:

a) Séries Finitas

Para o caso do maior comprimento de run em séries finitas foi empregado o método experimental de Monte Carlo (através da geração de séries), apresentando-se na Tabela 11 as probabilidades de que o maior comprimento de run seja menor ou igual a um determinado valor J .

b) Séries Infinitas

Para o caso dos comprimentos de runs em séries infinitas também foi empregado o método experimental de Monte Carlo, apresentando-se na Tabela 13 as probabilidades de que um determinado comprimento de run seja maior ou igual a um valor J .

Deve-se ressaltar que o método experimental foi empregado por não se encontrarem aproximações para modelos autoregressivos de segunda ordem, além de os gráficos apresentados por Millan (1971) não abrangerem os valores citados para os comprimentos das séries finitas.

B - Anual

Segundo a Tabela 7 as séries investigadas na condição anual apresentaram-se independentes (séries 1,4, 5 e 6) dependente de primeira ordem (série 3) e dependente de segunda ordem (série 2). Segundo a estrutura de cada uma das séries investigadas foram empregados métodos diferentes para a determinação da dis

tribuição de probabilidade de interesse.

a) Séries Finitas

Para o caso do maior comprimento de run em séries finitas, as probabilidades de que o maior comprimento de run seja menor ou igual a um valor J encontram-se na Tabela 12 e foram obtidas da seguinte maneira:

- i) para séries independentes e dependentes de primeira ordem através dos gráficos apresentados por Millan (1971), onde os parâmetros empregados foram: série 1 - coeficiente de assimetria (G) = 0.0 e coeficiente do modelo auto regressivo (R) = 0.0 ; série 3 - $G = 0.5$ e $R = 0.3$; série 4 - $G = 0.5$ e $R = 0.0$; série 5 - $G = 0.25$ e $R = 0.0$ (obtido por meio da interpolação linear entre os resultados da série 1 e 4) ; e série 6 - $G = 0.0$ e $R = 0.0$.
- ii) para a série 2, dependente de segunda ordem, através do método experimental de Monte Carlo.

b) Séries Infinitas

As probabilidades de que um determinado comprimento de run seja menor ou igual a um valor J encontram-se na Tabela 13 para o caso de séries infinitas, e foram obtidas da seguinte maneira:

- i) para séries independentes (1, 4, 5 e 6) através da distribuição geométrica que fornece valores exatos de tais probabilidades.
- ii) para série 3, dependente de primeira ordem, através das tabelas apresentadas por Saldarriaga e Yevjevich (1970), onde o parâmetro empregado foi o coeficiente do modelo auto regressivo (ρ) igual a 0.29 (obtido

por interpolação linear), o que representa uma solução de caráter aproximado.

iii) para série 2, dependente de segunda ordem, através do método experimental de Monte Carlo.

5 - TEORIA DE RUNS BIVARIADA

Para o caso bivariado também foram investigadas as probabilidades de ocorrência do maior comprimento de run em séries finitas de comprimento dado (os mesmos do caso univariado), e as probabilidades de ocorrência dos comprimentos de runs em séries in finitas. De acordo com a estrutura de cada uma das séries investi gadas, da estrutura de correlação entre as séries (cruzada) e segundo as metodologias apresentadas no Capítulo IV, a determinação de tais probabilidades foi obtida de modo exato, aproximado ou experimental.

Foram determinadas as distribuições de probabilidades acima citadas para os casos de run bivariado negativo-negati vo e negativo-positivo, para os mesmos níveis de corte mencionados no caso univariado, e para dois conjuntos de dados distintos: o primeiro das combinações entre as séries de vazões e o segundo entre as séries de precipitações.

A - Mensal

Segundo a Tabela 5 todas as séries investigadas apresentaram-se dependentes, restando apenas a necessidade de se investigar a estrutura de correlação entre as séries. Efetuando-se o teste de hipótese de significância dos valores dos coeficientes de correlação cruzada (que se encontram na Tabela 9), este indicou

para um nível de significância de 95% que apenas os coeficientes de correlação entre as séries 1-2; 1-3; 1-4 e 3-4 são significativamente diferentes de zero. Portanto, a análise deste trabalho encontra-se restrita aos casos de séries individualmente dependentes mas mutuamente independentes (caso das combinações entre as séries 2-3; 2-4 e 5-6) e de séries individual e mutuamente dependentes (caso das combinações entre as séries 1-2; 1-3; 1-4 e 3-4).

As distribuições de probabilidades, para os casos de séries finitas do maior comprimento de run, e as distribuições de probabilidades dos comprimentos de runs para séries infinitas, e para cada um dos casos mencionados acima, foram obtidas através do método experimental de Monte Carlo. As probabilidade de que o maior comprimento de run seja menor ou igual a um determinado valor J (séries finitas), encontram-se na Tabela 14 para o caso negativo-negativo, e na Tabela 15 para o caso negativo-positivo, enquanto que as probabilidades de que um determinado comprimento de run seja maior ou igual a um valor J (séries infinitas), encontram-se na Tabela 18 para o caso negativo-negativo e na Tabela 19 para o caso negativo-positivo.

As probabilidades obtidas através do método experimental de Monte Carlo provém da distribuição de frequências dos comprimentos de runs, avaliados nas séries geradas com a distribuição desejada, onde a dependência, quando existente, foi agregada.

B - Anual

Ao se investigar a estrutura de correlação entre as séries, para um nível de significância de 95%, os testes de hipótese

se indicaram que apenas a correlação entre as séries 1-2 e 2-3 é significativa. Considerando-se as condições estruturais de cada uma das séries anuais (Tabela 7), ocorreram os casos de séries individual e mutuamente independentes (caso das combinações entre as séries 1-4 e 5-6); séries individualmente dependentes e mutuamente independentes (caso das combinações entre as séries 1-3; 2-4 e 3-4) e séries individual e mutuamente dependentes (caso das combinações entre as séries 1-2 e 2-3).

a) Séries Finitas

As distribuições das probabilidades de que o maior comprimento de run seja menor ou igual a um determinado valor J encontram-se na Tabela 16 para o caso negativo-negativo e na Tabela 17 para o caso negativo-positivo e foram obtidas, para cada uma das alternativas acima mencionadas, através do método experimental de Monte Carlo.

b) Séries Infinitas

As distribuições das probabilidades de que um determinado comprimento de run seja maior ou igual a um valor J , encontram-se na Tabela 18 para o caso negativo-negativo e na Tabela 19 para o caso negativo-positivo e foram obtidas, para os casos acima mencionados, através do método experimental de Monte Carlo.

Embora haja solução analítica exata para vários dos casos ocorridos (conforme seção 4.2), tais distribuições de probabilidades foram determinadas através do método experimental para permitir a discussão dos resultados obtidos.

M	SÉRIE 1		SÉRIE 2		SÉRIE 3		SÉRIE 4		Série 5		Série 6	
Ê	MÉDIAS MENSAIS E DESVIOS PADRÕES MENSAIS (M³/S) E (MM/MES)											
S	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.
J	1440	760	1521	658	845	324	676	292	195	88	113	73
F	1411	732	1641	614	959	381	926	565	184	61	104	49
M	1291	626	1602	688	945	388	921	492	142	77	88	43
A	847	369	1034	298	655	217	686	314	58	48	74	49
M	483	155	740	191	491	157	675	509	56	57	73	47
J	359	109	604	132	452	166	862	532	45	42	127	82
J	286	86	509	111	371	119	845	678	37	42	104	61
A	230	68	419	90	305	106	834	737	35	32	113	70
S	215	71	403	138	288	114	1022	716	60	42	138	64
O	266	69	455	138	330	128	1255	577	128	55	122	66
N	519	191	639	176	400	132	1069	591	98	50	65	48
D	1090	543	1028	382	546	200	711	348	147	55	94	55
ORDEM DO MODELO AUTO REGRESSIVO												
1. ^a	X						X				X	
2. ^a			X		X				X			
COEFICIENTES DO MODELO AUTO REGRESSIVO												
a ₁	0,73		0,615		0,540		0,576		0,076		0,095	
a ₂	-		0,137		0,166		-		- 0,083		-	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL												
m	- 0,010		- 0,004		0,000		- 0,003		0,001		0,003	
s	0,999		0,994		0,991		0,995		0,999		0,998	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA NORMAL												
x ²	20,811		33,865		45,160		62,840		58,057		73,880	
P	0,765		0,991		1,000		1,000		1,000		1,000	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA NORMAL												
Δ	0,072		0,074		0,102		0,114		0,084		0,127	
P	0,888		0,901		0,994		0,999		0,983		1,000	

ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO LOG NORMAL						
m_n	1,969	2,219	1,381	1,068	1,444	0,920
s_n	0,136	0,106	0,235	0,314	0,224	0,365
β	- 7,247	- 9,253	- 4,093	- 3,063	- 4,348	- 2,680
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA LOG NORMAL						
χ^2	21,256	32,985	30,666	30,811	27,333	20,310
P	0,785	0,989	0,978	0,979	0,947	0,741
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA LOG NORMAL						
Δ	0,056	0,059	0,061	0,051	0,051	0,057
P	0,668	0,711	0,753	0,552	0,656	0,774
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA						
α	28,469	51,506	10,776	6,652	12,040	6,642
β	0,185	0,137	0,296	0,375	0,283	0,377
γ	- 5,300	- 7,080	- 3,192	- 2,502	- 3,410	- 2,502
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA GAMA						
χ^2	32,202	-	30,231	34,290	40,310	33,642
P	0,998	-	0,975	0,992	0,999	0,991
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOROV PARA GAMA						
Δ	0,058	-	0,066	0,063	0,053	0,077
P	0,696	-	0,827	0,779	0,702	0,965

TABELA 5 - PARÂMETROS RESULTANTES DA ANÁLISE ESTRUTURAL MENSAL -
MÉTODO NÃO PARAMÉTRICO

J	SÉRIE 1		SÉRIE 2		SÉRIE 3		SÉRIE 4		SÉRIE 5		SÉRIE 6	
	VALORES DE A_J NA MÉDIA E NO DESVIO PADRÃO											
	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.	MED.	D.P.
1	343.7	205.2	255.8	148.6	98.3	47.3	59.0	-68.6	64.1	10.6	- 2.0	- 3.0
2	-11.7	-11.5	-73.7	-52.5	-50.8	-30.9	-95.0	-64.0	- 3.0	0.0	-55.0	4.6
3	-	11.0	-	-18.0	-	-25.3	-130.4	-45.0	-19.5	- 0.3	-11.9	- 4.0
4	-	22.3	-	33.0	-	14.3	-	- 8.1	-	0.0	10.6	2.0
5	-	0.2	-	- 4.9	-	- 4.8	-	22.2	6.5	- 0.4	- 2.0	- 6.5
6	-	0.1	-	-25.7	-	- 2.9	-	-17.9	-	- 5.3	4.5	3.0
VALORES DE B_J NA MÉDIA E NO DESVIO PADRÃO												
1	526.6	284.6	552.5	237.3	298.0	117.6	-128.2	-138.2	34.6	13.2	- 5.2	- 8.0
2	180.6	124.2	176.4	96.5	87.0	42.4	-53.9	39.1	16.2	1.7	14.3	6.2
3	-	13.7	-	2.1	-	- 7.3	-76.9	-39.1	5.5	3.0	11.1	5.3
4	-	19.7	-	19.3	-	1.7	-	-79.6	-	4.7	8.5	5.0
5	-	6.2	-	39.6	-	12.2	-	-12.8	11.8	7.1	1.3	2.9
6	-	0.0	-	0.0	-	0.0	-	0.0	-	0.0	0.0	0.0
ORDEM DO MODELO AUTO REGRESSIVO												
1^a	X		X		X		X		X		X	
2^a												
a_1	0.730		0.473		0.529		0.574		0.072		0.095	
b_1	-		0.276		0.177		-		-		-	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL												
m	- 0.010		- 0.004		0.000		- 0.002		0.001		0.003	
s	0.999		0.995		0.992		0.995		0.999		0.998	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA NORMAL												
χ^2	29.653		27.043		46.171		47.045		61.147		65.423	
P	0.971		0.943		1.000		1.000		1.000		1.000	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA NORMAL												
Δ	0.076		0.075		0.090		0.106		0.084		0.116	
P	0.922		0.914		0.978		0.996		0.983		1.000	
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO LOG NORMAL												
m_n	1.985		1.945		1.373		1.053		1.578		0.915	
s_n	0.134		0.139		0.237		0.319		0.197		0.366	
β	- 7.356		- 7.070		- 4.063		- 3.021		- 4.943		- 2.667	

ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA LOG NORMAL						
χ^2	27.915	14.144	18.637	16.753	35.421	16.972
P	0.954	0.343	0.650	0.529	0.995	0.544
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA LOG NORMAL						
Δ	0.054	0.050	0.045	0.043	0.049	0.049
P	0.616	0.505	0.393	0.322	0.606	0.617
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA						
α	29.347	27.978	10.744	6.647	15.736	6.665
β	0.183	0.187	0.296	0.376	0.247	0.375
γ	- 5.382	- 5.237	- 3.187	- 2.502	- 3.900	- 2.502
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA GAMA						
χ^2	-	23.275	29.507	26.608	56.972	33.161
P	-	0.860	0.970	0.936	1.000	0.989
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA GAMA						
Δ	-	0.052	0.051	0.055	0.054	0.069
P	-	0.576	0.551	0.633	0.723	0.925

TABELA 6A - PARÂMETROS RESULTANTES DA ANÁLISE ESTRUTURAL MENSAL
MÉTODO PARAMÉTRICO (DESVIO PADRÃO)

VALORES DE A_J PARA A VARIÂNCIA			
J	SÉRIE 3	SÉRIE 4	SÉRIE 6
1	22823	- 68855	- 426
2	- 20897	- 69289	600
3	- 15148	- 28925	- 555
4	-	- 11636	320
5	- 1403	16443	- 898
6	-	-	374
VALORES DE B_J PARA A VARIÂNCIA			
1	55026	-149121	- 895
2	24508	51622	738
3	- 6590	- 30804	623
4	-	- 72903	576
5	7304	- 16964	400
6	-	-	0
ORDEM DO MODELO AUTO REGRESSIVO			
1. ^a		X	X
2. ^a	X		
COEFICIENTES DO MODELO AUTO REGRESSIVO			
a ₁	0.519	0.572	0.095
a ₂	0.185	-	-
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL			
m	0.000	- 0.002	0.003
s	0.992	0.996	0.998
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA NORMAL			
χ^2	46.171	52.263	61.857
P	1.000	1.000	1.000
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA NORMAL			
Δ	0.096	0.104	0.115
P	0.989	0.995	1.000
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO LOG NORMAL			
m _n	1.343	1.033	0.900
s _n	0.243	0.325	0.371
β	- 3.948	- 2.967	- 2.631

ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA LOG NORMAL			
χ^2	21.972	16.754	16.384
P	0.814	0.529	0.503
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA LOG NORMAL			
Δ	0.050	0.040	0.047
P	0.524	0.243	0.569
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA			
α	10.277	6.662	6.688
β	0.302	0.375	0.374
γ	- 3.110	- 2.502	- 2.502
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA GAMA			
χ^2	35.304	23.137	31.384
P	0.994	0.855	0.982
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA GAMA			
Δ	0.057	0.053	0.069
P	0.677	0.591	0.920

TABELA 6B - PARÂMETROS RESULTANTES DA ANÁLISE
ESTRUTURAL MENSAL
MÉTODO PARAMÉTRICO (VARIÂNCIA)

	SÉRIE 1	SÉRIE 2	SÉRIE 3	SÉRIE 4	SÉRIE 5	SÉRIE 6
PARÂMETROS OBTIDOS DIRETAMENTE DA AMOSTRA						
MÉDIA	733	883	549	871	99	101
DESVIO PADRÃO	221	217	142	261	17	18
ORDEM DO MODELO AUTO REGRESSIVO						
INDEPENDENTE	X		X	X	X	X
1. ^a						
2. ^a		X				
COEFICIENTES DO MODELO AUTO REGRESSIVO						
a_1	-	0.403	0.286	-	-	-
a_2	-	-0.214	-	-	-	-
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL						
m	0.000	-0.019	-0.045	0.000	0.000	0.000
s	0.978	0.963	0.948	0.978	0.982	0.982
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA NORMAL						
χ^2	2.869	3.304	2.000	2.434	2.000	1.285
P	0.762	0.808	0.632	0.704	0.632	0.474
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA NORMAL						
Δ	0.133	0.101	0.096	0.114	0.094	0.086
P	0.193	0.027	0.016	0.077	0.034	0.015
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO LOG NORMAL						
m_n	0.823	3.150	1.866	1.790	1.949	0.788
s_n	0.455	0.041	0.145	0.160	0.138	0.611
β	-2.500	-23.377	-6.582	-6.071	-7.091	-2.500
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA LOG NORMAL						
χ^2	8.086	3.304	1.130	2.869	0.928	4.142
P	0.982	0.808	0.432	0.762	0.371	0.874
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA LOG NORMAL						
Δ	0.155	0.109	0.095	0.083	0.079	0.175
P	0.367	0.054	0.016	0.003	0.005	0.646

ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA						
α	5.560	178.854	7.141	15.009	20.796	4.092
β	0.450	0.072	0.368	0.254	0.216	0.611
γ	-2.502	-12.913	2.679	- 3.814	- 4.503	-2.502
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI QUADRADO PARA GAMA						
χ^2	7.217	-	1.130	3.739	3.071	2.714
P	0.973	-	0.432	0.846	0.785	0.743
ESTATÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO DE SMIRNOV KOLMOGOROV PARA GAMA						
Δ	0.134	-	0.096	0.082	0.078	0.127
P	0.198	-	0.017	0.002	0.005	0.249

TABELA 7 - PARÂMETROS RESULTANTES DA ANÁLISE ESTRUTURAL DE
SÉRIES ANUAIS

M Ê S	SÉRIE 1		SÉRIE 2		SÉRIE 3		SÉRIE 4		SÉRIE 5		SÉRIE 6	
	1º	2º	1º	2º	1º	2º	1º	2º	1º	2º	1º	2º
J	.520	.325	.410	.446	.630	.559	.584	.524	.091	-.186	.191	-.231
F	.653	.457	.513	.488	.830	.727	.622	.307	.281	.089	.043	-.067
M	.617	.716	.800	.769	.750	.522	.279	-.003	-.021	-.143	.046	-.137
A	.854	.774	.805	.793	.614	.398	.485	.244	.302	-.002	.100	-.166
M	.966	.939	.940	.902	.819	.548	.728	.323	-.005	.030	.164	-.002
J	.974	.973	.934	.908	.633	.719	.671	.385	.299	-.086	.065	-.038
J	.984	.844	.924	.712	.663	.681	.633	.509	.222	.296	-.006	-.358
A	.848	.584	.650	.497	.662	.350	.770	.038	-.025	-.204	.207	-.327
S	.746	.279	.735	.486	.595	.516	.375	.134	.261	-.251	.045	-.005
O	.445	.433	.702	.465	.651	.474	.654	.507	.186	-.228	.238	-.040
N	.642	.059	.663	.216	.303	.267	.743	.055	-.332	.272	-.063	-.044
D	.092	.092	-.057	-.057	.337	.337	.238	.238	-.059	-.059	.099	.099
MED	.695	.539	.668	.552	.624	.508	.565	.272	.069	-.039	.094	-.040

TABELA 8 - COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO MENSAL

SÉRIE	1	2	3	4
1	1	.674	- .154	- .163
2	-	1	- .024	- .005
3	-	-	1	- .150
4	-	-	-	1
5 - 6		.029		

TABELA 9 - COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO ENTRE SÉRIES (CRUZADO)
"LAG" ZERO - MENSAL

SÉRIE	1	2	3	4
1	1	.746	.1190	- .111
2	-	1	.703	.106
3	-	-	1	.207
4	-	-	-	1
5 - 6		.005		

TABELA 10 - COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO ENTRE SÉRIES (CRUZADO)
"LAG" ZERO - ANUAL

6 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos ao longo deste trabalho, em cada uma das etapas desenvolvidas, serão discutidos a seguir.

A - Análise Estrutural Mensal Univariada

A análise de homogeneidade e consistência é atribuída a um trabalho prévio executado pelos órgãos divulgadores de dados hidrológicos.

A estrutura periódica complexa das séries hidrológicas investigadas neste caso se dá em conformidade com o apresentado por vasta bibliografia deste campo e o modelo de periodicidade, de coeficiente de variação variável, foi selecionado para uso deste trabalho.

A não identificação de frequências dominantes ou periodicidade remanescente, mediante as técnicas do correlograma e espectro densidade de varância, permitiu a comprovação da estacionaridade da componente estocástica obtida através da remoção da periodicidade. Tal comprovação é abrangente a ambos os métodos de remoção da periodicidade, nos casos em que as aplicações foram possíveis. O número de harmônicas significativas empregado foi considerado suficiente para a explicação da periodicidade nos parâmetros média e desvio padrão (ou variância) apresentada na série histórica. No entanto, os critérios de identificação do número de harmônicas significativas para o modelo de remoção da periodicidade, no método paramétrico, de tipo 3 (seção 3.3.2) não permitem uma prática conclusiva a respeito do número de harmônicas significativas a ser empregado.

Os modelos auto regressivos de primeira e segunda ordem foram suficientes para explicar a dependência manifestada em todas as séries investigadas neste caso, sendo que nestes últimos o segundo coeficiente do modelo se apresenta com valores bastante inferiores ao primeiro, em valor absoluto, o que indica que a parcela do incremento na explicação da variância, obtida pelo uso do modelo de segunda ordem, é reduzida.

O coeficiente de correlação de série é um parâmetro que, devido as dificuldades já apresentadas de se efetuar o teste de constância, ao longo dos meses, necessita de um método que permita uma conclusão mais definida quanto a sua periodicidade ou constância. Apesar de tal afirmativa, não foi realizado neste trabalho modelagem da dependência considerando-se o modelo com coeficiente de correlação de série periódico, devido ao fato da componente estocástica obtida ter satisfeito em condições aproximadas a exigência de independência, ao ser submetida a seus correspondentes testes discutidos na seção 3.4.

As distribuições de probabilidades selecionadas para o ajuste à componente estocástica independente não demonstraram-se totalmente satisfatórias para um mesmo método de modelagem da periodicidade. No entanto, como foi dito anteriormente na seção 5.1, por uma necessidade de coerência manteve-se apenas o método não paramétrico com as desvantagens oriundas desta seleção.

B - Análise Estrutural Anual Univariada

As considerações que aqui se fazem inicialmente são idênticas às da análise estrutural mensal univariada no que se re-

fere a homogeneidade e consistência.

A identificação efetuada da estrutura da série permitiu constatar a independência das séries históricas de precipitações (5 e 6) e também duas das séries de vazões (1 e 4), confirmando-se entretanto a não generalização da independência das séries históricas de vazões (séries 2 e 3).

Para os casos em que a série histórica não se apresentou independente procurou-se ajustar um modelo que satisfizesse limites de tolerância impostos ao correlograma da correspondente componente independente, o que no caso da série 2 foi conseguido apenas com um modelo de segunda ordem.

Para o caso anual a distribuição normal (selecionada) satisfaz todas as séries investigadas com ampla margem de confiabilidade.

C - Análise Estrutural Mensal e Anual Bivariada

O coeficiente de correlação linear cruzado "lag" zero foi empregado para a identificação da estrutura entre as séries e depois dos testes correspondentes, determinou-se que apenas entre as séries 1-2; 1-3; 1-4 e 3-4 para o caso mensal e 1-2 e 2-3 para o caso anual, tal coeficiente é significativamente diferente de zero.

D - Teoria de Runs Univariada

Para que se possa efetuar uma discussão dos resultados obtidos pelo método experimental empregado, pretende-se efetuar uma comparação entre estes resultados e resultados exatos dis

poníveis ou então com resultados analíticos aproximados.

Uma outra etapa da discussão de resultados a ser desenvolvida envolve a avaliação dos resultados obtidos através da interpretação dos mesmos.

1 - Séries Finitas

Para efeito de comparação com a distribuição exata de Bateman, dada pela expressão 4.1, foi selecionada a série 1, na condição anual (Tabela 12), que por sua característica de independência permite que tal comparação seja efetuada. Estes resultados provem de Millan (1971) que empregou o método experimental para obtê-los. Os valores obtidos através da expressão 4.1 encontram-se na Tabela 22 abaixo.

N = 25			N = 50			N = 100		
q = .3	J	P	q = .3	J	P	q = .3	J	P
	1	.000		1	.000		2	.000
	2	.624		2	.367		3	.566
	3	.878		3	.758		4	.847
	4	.964		4	.923		5	.952
q = .4			q = .4	5	.977	q = .4	6	.952
	1	.000						
	2	.354		2	.000		3	.000
	3	.689		3	.450		4	.540
	4	.872		4	.743		5	.787
q = .5	5	.950		5	.892		6	.910
				6	.957		7	.964
	2	.000	q = .5			q = .5		
	3	.436		3	.000		4	.000
	4	.689		4	.443		5	.452
	5	.842		5	.684		6	.682
	6	.923		6	.834		7	.830
	7	.963		7	.916		8	.912
				8	.959		9	.956

TABELA 22 - VALORES DAS DISTRIBUIÇÕES EXATAS, OBTIDOS ATRAVÉS DA EXPRESSÃO 4.1, NO CASO UNIVARIADO DE SÉRIES FINITAS PARA N = 25, 50 e 100 e q = .3; .4 e .5

Ao comparar-se a Tabela 22 com os correspondentes valores da série 1 da Tabela 12 observa-se que a aproximação que provém do método experimental (empregado por Millan (1971)) conduz a resultados bastante próximos dos valores exatos quando considera-se valores da probabilidade acima de 30%. Tais diferenças (nos valores de probabilidades abaixo de 30%) devem-se ao fato da distribuição de Bateman não apresentar, aparentemente, sensibilidade nesta região. Constatou-se por ocasião da determinação de tais probabilidades que a expressão 4.1. necessita da transformação:

$$P \left[G < (g - 1) \right] = 1 - P \left[G \geq g \right] \quad (5.7)$$

e da imposição dos valores do primeiro membro não serem inferiores a zero, isto devido ao fato de as probabilidades originais para pequenos valores de g terem assumido valores maiores do que um.

Observando-se os outros resultados (Tabela 11) pode-se dizer que para uma mesma duração de seca (mesmo J) num mesmo comprimento da série N , para o caso mensal, e para um mesmo nível de corte, a série 2 apresenta a menor probabilidade de ocorrência de tal evento, seguida respectivamente das séries 1, 3 e 4. As séries 5 e 6 demonstram uma alta probabilidade de ocorrência deste mesmo evento, características que se preservam segundo os valores de q considerados e dos comprimentos N das séries. Já, considerando-se as séries anuais (Tabela 12), as séries 2 e 3 apresentam uma menor propensão a ocorrência de secas, seguidas pelas séries 1, 4, 5 e 6 com probabilidades bastante próximas uma das outras.

Tais diferenças entre estes resultados obtidos das distribuições de probabilidades, como também entre os demais a serem apresentados, tem origem nas características estruturais de cada uma das séries investigadas, nos casos univariados, e também nas características da correlação cruzada entre as séries, nos casos bivariados.

2 - Séries Infinitas

Como foi dito anteriormente (seção 5.4) para as séries independentes as distribuições de probabilidade foram obtidas através da distribuição geométrica, não havendo portanto meios de efetuar comparações.

A observação dos resultados obtidos (Tabela 13) permite dizer que a probabilidade de que a duração de uma seca seja maior ou igual a J meses, para o caso mensal, nas séries 1 e 2, é superior às demais, decrescendo tais valores na ordem: série 3, 4 e encontrando-se quase em igualdade as séries 5 e 6. Para o caso anual (Tabela 13) as séries 1, 4, 5 e 6 encontram-se nas mesmas condições (independentes), com as probabilidades de ocorrência do mesmo evento nas séries 2 e 3 superior às demais.

E - Teoria de Runs Bivariada

1 - Séries Finitas

Dois tipos diferentes de comparações, para este caso, podem ser efetuadas. A primeira envolve a comparação entre os valores exatos e os obtidos através do método experimental, e a segunda entre os valores obtidos através dos métodos experimental e aproximado. Tais comparações serão efetuadas para cada um dos

casos considerados: negativo-negativo e negativo-positivo.

a) negativo-negativo

A combinação selecionada, para efeito de comparação entre o método experimental e os valores exatos, é a que envolve as séries anuais 1 e 4 apresentada na Tabela 16, que corresponde ao caso individual e mutuamente independentes, com os valores exatos obtidos através da expressão 4.1 de Bateman para valores de $q = q_1 * q_2$ e que se encontram na Tabela 23 abaixo.

N = 25

$q = .3$	J	P
	0	.000
	1	.835
	2	.985
$q = .4$	0	.000
	1	.579
	2	.922
	3	.988
$q = .5$	1	.000
	2	.753
	3	.936
	4	.984

N = 50

$q = .3$	J	P
	0	.000
	1	.690
	2	.969
$q = .4$	1	.000
	2	.845
	3	.974
$q = .5$	1	.000
	2	.551
	3	.869
	4	.966

N = 100

$q = .3$	J	P
	0	.000
	1	.474
	2	.937
	3	.994
$q = .4$	1	.000
	2	.710
	3	.948
	4	.992
$q = .5$	2	.000
	3	.749
	4	.932
	5	.983

TABELA 23 : VALORES DAS DISTRIBUIÇÕES EXATAS, OBTIDOS PELA EXPRESSÃO 4.1, NO CASO BIVARIADO NEGATIVO-NEGATIVO DE SÉRIES FINITAS PARA N = 25, 50 e 100 e $q_1 = q_2 = .3 ; .4$ e $.5$

As mesmas observações efetuadas da expressão de Bateman são válidas também para este caso, e os demais resultados in

dicam para o caso mensal (Tabelas 11 e 20) que para uma mesma duração de seca (mesmo J), num mesmo comprimento de série N e para um mesmo nível de corte q a combinação entre as séries 1-2 apresenta valores de probabilidades inferiores às demais combinações, seguida pela combinação entre as séries 2-3; 1-3 ; 1-4; 2-4 e 3-4 e finalmente a combinação entre as séries 5-6. Para o caso anual (Tabelas 16 e 20) as combinações entre as séries 1-3 e 2-3 é que apresentam os mais altos valores de probabilidades, seguidas das combinações entre as séries 1-2; 2-4; e por último as combinações entre as séries 1-4 e 5-6.

b) negativo-positivo

Os valores exatos obtidos através da expressão de Bateman, para o caso negativo-positivo, encontram-se na Tabela 24 abaixo e correspondem, para efeito de comparação, aos valores obtidos através do método experimental para a combinação entre as séries anuais 1 e 4. (Tabela 17).

N = 25			N = 50			N = 100		
q ₁ = .3	J	P	q ₁ = .3	J	P	q ₁ = .3	J	P
	0	.000		1	.000		1	.000
	1	.400		2	.695		2	.477
	2	.840		3	.928		3	.860
	3	.966		4	.985		4	.969
q ₁ = .4	1	.000	q ₁ = .4	1	.000	q ₁ = .4	2	.000
	2	.776		2	.588		3	.780
	3	.945		3	.886		4	.943
	4	.987		4	.972		5	.986
q ₁ = .5	1	.000	q ₁ = .5	1	.000	q ₁ = .5	2	.000
	2	.753		2	.551		3	.749
	3	.936		3	.869		4	.932
	4	.984		4	.966		5	.983

TABELA 24 - VALORES DAS DISTRIBUIÇÕES EXATAS, OBTIDOS DA EXPRESSÃO 4.1, NO CASO BIVARIADO NEGATIVO-POSITIVO DE SÉRIES FINITAS PARA N = 25, 50 E 100 E $q_1 = q_2 = .3; .4$ E $.5$.

A comparação entre os valores exatos e os obtidos a través do método experimental permite que se faça as mesmas observações acerca da expressão de Bateman, empregada no caso univariado. Quanto aos demais resultados obtidos, estes indicam para o caso mensal (Tabelas 15 e 21) que para uma mesma duração de seca (mesmo J) num mesmo comprimento de série N e para um mesmo nível de corte q a combinação entre as séries 1-2 apresenta os maiores valores de probabilidade, seguida das combinações entre as séries 3-4; 2-4; 2-3; 1-4; 1-3 e, por último, 5-6. Na condição anual os maiores valores são da combinação entre as séries 1-2 seguidos dos valores correspondentes às combinações 2-3; 1-4; 5-6; 1-3; 3-4 e 2-4. (Tabelas 17 e 21).

2 - Série Infinita

Da mesma forma que para o caso de séries finitas serão efetuados os dois tipos de comparações para os dois casos abrangidos.

a) caso negativo-negativo

Foi selecionada a mesma combinação empregada no caso de séries finitas, entre as séries anuais 1 e 4 (Tabela 18) com os valores exatos obtidos através da distribuição geométrica com $q = q_1 * q_2$, cujos valores encontram-se na Tabela abaixo.

$q_1 = .3$	J	P
	1	1.000
	2	.090
	3	.008
$q_1 = .4$	1	1.000
	2	.160
	3	.025
$q_1 = .5$	1	1.000
	2	.250
	3	.062
	4	.016

TABELA 25 - VALORES DA DISTRIBUIÇÃO GEOMÉTRICA, OBTIDA PELA EXPRESSÃO 4.5, PARA O CASO BIVARIADO NEGATIVO-NEGATIVO PARA VALORES DE $q_1 = q_2 = .3; .4$ e $.5$

A combinação selecionada para comparar-se as distribuições obtidas através dos métodos experimental e aproximado é a mesma do caso de séries finitas (2 e 3), na condição anual (Tabela 18) tendo-se empregado para a obtenção desta última, que se encontra na Tabela 26 abaixo, os coeficientes da regressão múltipla que se encontram na Tabela 1 .

$q = .3$	J	P
	1	1.000
	2	.306
	3	.079
	4	.005
$q = .4$	1	1.000
	2	.379
	3	.123
	4	.018
$q = .5$	1	1.000
	2	.430
	3	.147
	4	.005

TABELA 26 - VALORES DA DISTRIBUIÇÃO APROXIMADA, OBTIDO ATRAVÉS DA EXPRESSÃO 4.18 CUJOS PARÂMETROS FORAM ESTIMADOS ATRAVÉS DOS COEFICIENTES DA REGRESSÃO MÚLTIPLA DA TABELA 1 PARA O CASO BIVARIADO NEGATIVO-NEGATIVO DE SÉRIES INFINITAS COM $q_1 = q_2 = .3; .4$ e $.5$

A comparação entre os métodos exato e experimental indica para mesmos valores de J probabilidades de ocorrência de seca, com J ou mais anos, muito próximos, verificando-se de tal maneira a adequacidade do método experimental. A comparação entre os métodos experimental e aproximado permite, também para este caso, que se sugira o seu uso quando não haja disponibilidade de meios para se empregar o método experimental, ou quando se procura uma resposta em curto prazo.

A observação dos resultados obtidos para as outras séries permite dizer que as probabilidades de que a duração de uma seca seja maior ou igual a J , para o caso mensal (Tabela 18), entre as séries 1-2 é efetivamente superior a qualquer combinação

investigada. As séries 2-3 produzem os valores das probabilidades subsequentes, em ordem decrescente, seguidas da combinação entre as séries 2-4; 1-3; 1-4; 3-4 e finalmente, por último, a combinação entre as séries 5-6 (Tabela 20). Para as séries anuais (Tabela 18) a combinação entre as séries 2-3 produz os maiores valores de probabilidades, seguida da combinação entre as séries 1-2 que se destaca das três combinações subsequentes (1-3; 2-4 e 3-4) que se encontram em condições aproximadamente iguais, e por último as combinações entre as séries 1-4 e 5-6 (Tabela 20) que por suas estruturas, individual e cruzada, necessariamente são iguais.

b) negativo-positivo

A combinação entre as séries anuais 1-4 (Tabela 19) continuará a ser empregada para efeito de comparação com os valores exatos obtidos através da distribuição geométrica $q = q_1 * q_2$, cujos valores encontram-se na Tabela abaixo.

$q = .3$	J	P
	1	1.000
	2	.210
	3	.044
$q = .4$	1	1.000
	2	.240
	3	.057
	4	.013
$q = .5$	1	1.000
	2	.250
	3	.062
	4	.016

TABELA 27 - VALORES DA DISTRIBUIÇÃO GEOMÉTRICA, OBTIDA ATRAVÉS DA EXPRESSÃO 4.5 PARA O CASO BIVARIADO NEGATIVO-POSITIVO PARA VALORES DE $q_1 = q_2 = .3; .4$ e $.5$

Para efeito de comparação com o método aproximado (seção 5.4) continuará sendo empregada a combinação entre as séries anuais 2-3 (Tabela 19) cuja distribuição foi obtida através do método experimental. Para a obtenção da primeira distribuição que se encontra na Tabela 28 abaixo, foram empregados os coeficientes da regressão múltipla que se encontram na Tabela 1.

$q_1 = .3$	J	P
	1	1.000
	2	.213
	3	.041
$q_1 = .4$	1	1.000
	2	.228
	3	.049
$q_1 = .5$	1	1.000
	2	.242
	3	.057
	4	.012

TABELA 28 - VALORES DA DISTRIBUIÇÃO APROXIMADA, OBTIDA ATRAVÉS DA EXPRESSÃO 4.18 CUJOS PARÂMETROS FORAM ESTIMADOS ATRAVÉS DOS COEFICIENTES DA REGRESSÃO MÚLTIPLA DA TABELA 1 PARA O CASO BIVARIADO NEGATIVO-POSITIVO DE SÉRIES INFINITAS

O resultado das comparações entre os métodos exato e experimental e entre o experimental e aproximado seguem os mesmos rumos do caso negativo-negativo.

A observação dos resultados obtidos permite dizer que as probabilidades de que a duração de uma seca seja maior ou igual a J , para o caso mensal (Tabela 19), entre as séries 1-3 é superior às demais, com valores ligeiramente inferiores na combinação entre as séries 1-4 seguida, com valores de probabilidades muito próximos entre si, pelas combinações entre as séries 2-3; 2-4 e 3-4 e finalmente, constituindo-se em outro grupo, pelas combinações entre as séries 1-2 e 5-6 (Tabela 21). Para as séries anuais (Tabela 19) a combinação entre as séries 2-4 e 3-4 apresentam os maiores valores de probabilidades seguidas pelas combinações entre

as séries 1-3; 1-4; 5-6 (Tabela 21); 2-3 e finalmente 1-2.

7 - REPRESENTATIVIDADE DA SITUAÇÃO CRÍTICA HISTÓRICA

Para se efetuar a avaliação da representatividade da situação crítica histórica comparar-se-á o maior comprimento de run registrado na série histórica com a probabilidade deste mesmo comprimento nas distribuições de probabilidades dos maiores comprimentos de runs, obtidas através do método experimental. Serão empregadas para tais comparações, no caso univariado, as séries 1 e 2 e, no caso bivariado, a combinação entre estas mesmas séries, tanto para o caso mensal quanto para o anual.

A - Univariado Mensal e Anual

Na condição mensal, para o nível de corte $q = .3$ na série 1, o maior comprimento de run registrado é 12, correspondendo a uma probabilidade (Tabela 11) de .633 na série de 300 meses; .385 na de 600 e .210 na de 1200. O maior comprimento de run da série 2, para as mesmas condições, é 11, com probabilidades de .460 na série de 300 meses; .195 na de 600 e .02 na de 1200. Para este nível de corte apenas a série 1 apresenta probabilidade superior a 50%, demonstrando-se a presença na série histórica de um único evento com probabilidade superior a este valor considerando as séries finitas de comprimento igual a 300 meses. Para os demais comprimentos de séries as probabilidades registradas são inferiores ao valor esperado. Considerando-se o nível de corte $q = .4$ na série 1 o maior comprimento de run registrado é 13 correspondendo a probabilidades de .432; .160 e .03 para os comprimentos de séries 300; 600 e 1200 respectivamente. Para a série 2

o maior comprimento registrado na série histórica é 13 com correspondentes probabilidades de .280; .065 e menos de .040 para os comprimentos de séries de 300; 600 e 1200 respectivamente. Para o nível do corte $q = .4$ em nenhuma das situações o valor obtido supera a 50%, apresentando-se a situação crítica histórica com probabilidades muito baixas de ocorrência. Para o nível de corte $q = .5$ na série 1, o maior comprimento registrado na série histórica também é 13 com probabilidades de ocorrência .163; menos de .050 e menos de .010 para 300; 600 e 1200 meses respectivamente. Já para a série 2 o maior comprimento de run, também sendo 13, apresenta probabilidades de .135; menos de .040 e menos de .050 para 300; 600 e 1200 meses respectivamente.

Como pode ser observado, à medida que o nível de corte é incrementado as probabilidades de ocorrência dos valores históricos decrescem como também decrescem em função do comprimento de série.

Considerando-se as séries anuais 1 e 2 para o nível de corte $q = .3$ o maior comprimento de run registrado é 4, em ambos, cujas probabilidades de ocorrência (Tabela 12) em séries finitas de comprimentos 25; 50 e 100 anos são, respectivamente: .960; .930 e .850 para a série 1 e .913; .818 e .653 para a série 2. Na condição anual, para este nível de corte, a situação crítica anual apresentada é superior ao valor de 50%. Para o nível de corte $q = .4$ o maior comprimento de run nas duas séries é 4 e as probabilidades que correspondem aos comprimentos de séries citados são: .860; .720 e .550 para a série 1 e .780; .567 e .303 para a série 2. Para este nível de corte a situação crítica histórica apresen-

ta-se com apenas um valor inferior ao valor de 50% . O nível de corte $q = .5$ também tem para registro histórico o maior comprimento de run 4 para as duas séries investigadas. As probabilidades correspondentes são: .700; .430 e .190 para a série 1 e .580; .292 e .067 para a série 2.

Constata-se também para o caso anual a influência do nível de corte considerado, encontrando-se para o último nível de corte considerado ($q = .5$) valores bastante inferiores ao valor de 50% .

B - Bivariado Mensal e Anual

O mesmo procedimento que visa avaliar a representatividade da situação crítica histórica será empregado para as séries bivariadas, tendo sido selecionada a combinação entre as séries 1 e 2 para os casos negativo-negativo e negativo-positivo.

a) negativo-negativo

Para as séries mensais o maior comprimento de run apresentado para o nível de corte $q = .3$ é 5, com probabilidade de ocorrência (Tabela 14) nas séries finitas de comprimento 300 ; 600 e 1200 meses de, respectivamente, .138; menos de .045 e menos de .010. Para o nível de corte $q = .4$ o maior comprimento de run registrado é 5 com probabilidades inferiores a .050 para todos os comprimentos de séries. Para o nível de corte $q = .5$ o maior comprimento de run registrado na série histórica é 6 com probabilidades inferiores a .050 para todos os comprimentos de séries. Consta-se no caso bivariado mensal negativo-negativo valores históricos para todos os níveis de corte, muito inferiores ao valor de

50%.

Para o caso anual, para todos os níveis de corte, o maior comprimento de run observado é 4, com probabilidades de ocorrência (Tabela 16) nas séries de comprimento 25, 50 e 100 de, respectivamente, mais de .957; .974 e .948 para o nível de corte $q = .3$; .954; .901 e .802 para o nível de corte $q = .4$; e .876; .741 e .525 para o nível de corte $q = .5$.

Para a condição bivariada anual negativa - negativa os valores históricos, para todos os níveis de corte, apresentaram-se superiores ao valor de 50%.

b) negativo-positivo

O caso mensal registrou para todos os níveis de corte o maior comprimento de run igual a 3, com valores das probabilidades (Tabela 15), para os comprimentos de séries 300; 600 e 1200, respectivamente iguais a: .190, .035 e menos de .020 para o nível de corte $q = .3$; .188; .040 e zero para o nível de corte $q = .4$; e .183; .045 e menos de .040 para o nível de corte $q = .5$. Verifica-se para o caso negativo-positivo uma independência dos valores das probabilidades com relação aos níveis de corte investigados, com tais valores inferiores ao valor de 50%.

Para o caso anual, para o nível de corte $q = .3$, o maior comprimento de run observado é 2 com valores das probabilidades (Tabela 17), para os comprimentos de séries 25; 50 e 100 respectivamente, iguais a: .967, .933 e .862. Para o nível de corte $q = .4$ o maior comprimento de run registrado é 3 com probabilidades de .990; .980 e .956 para os correspondentes comprimentos de

séries. Para o nível de corte $q = .5$ o maior comprimento de run registrado é 1 com probabilidades, correspondentes aos comprimentos de séries 25; 50 e 100 de .570; .302 e .085, respectivamente. Apenas o nível de corte $q = .5$ apresenta valores das probabilidades, para os comprimentos de séries 50 e 100, inferiores ao valor de 50%.

LISTA DAS TABELAS SUBSEQUENTES

- TABELA 11 - Valores das Probabilidades de que o Maior Comprimento de Run em Séries Finitas, de Comprimento N , Seja Menor ou Igual a um Valor J - Caso Univariado Mensal.
- TABELA 12 - IDEM 11 - Caso Univariado Anual
- TABELA 13 - Valores das Probabilidades de que um Determinado Comprimento de Run, em Séries Infinitas, Seja Maior ou Igual a um Valor J - Caso Univariado Mensal e Anual.
- TABELA 14 - IDEM 11 - Caso Bivariado Mensal Negativo-Negativo
- TABELA 15 - IDEM 11 - Caso Bivariado Mensal Negativo-Positivo
- TABELA 16 - IDEM 11 - Caso Bivariado Anual Negativo-Negativo
- TABELA 17 - IDEM 11 - Caso Bivariado Anual Negativo-Positivo
- TABELA 18 - IDEM 13 - Caso Bivariado Mensal e Anual Negativo-Negativo
- TABELA 19 - IDEM 13 - Caso Bivariado Mensal e Anual Negativo-Positivo
- TABELA 20 - IDEM 11 - Caso Bivariado Mensal; IDEM 13 - Caso Bivariado Mensal; IDEM 11 - Caso Bivariado Anual; IDEM 13 - Caso Bivariado Anual - NEGATIVO-NEGATIVO.
- TABELA 21 - IDEM 20 - NEGATIVO-POSITIVO.

TABELA 11

N = 300								N = 600								N = 1200							
q = .3	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6		
	2	-	-	-	-	.003	.000	3	-	-	-	-	.015	.005	4	-	-	-	-	.11	.06		
	3	-	-	-	-	.143	.073	4	-	-	-	-	.320	.185	5	-	-	-	-	.50	.31		
	4	-	-	-	-	.570	.430	5	-	-	-	-	.690	.555	6	-	-	-	-	.84	.68		
	5	-	-	.015	.030	.838	.743	6	-	-	-	.020	.895	.805	7	-	-	-	-	.93	.84		
	6	.028	.023	.065	.155	.948	.900	7	-	-	-	.125	.965	.915	8	-	-	-	.06	1.00	.93		
	7	.083	.083	.143	.345	.983	.955	8	.020	.015	.040	.240	-	.965	9	-	-	-	.19	-	.96		
	8	.170	.148	.243	.503	-	-	9	.060	.055	.095	.440	-	-	10	.02	-	.05	.32	-	-		
	9	.293	.248	.363	.663	-	-	10	.160	.100	.245	.590	-	-	11	.10	.02	.17	.51	-	-		
	10	.413	.345	.495	.770	-	-	11	.275	.195	.380	.745	-	-	12	.21	.08	.29	.75	-	-		
	11	.538	.460	.625	.863	-	-	12	.385	.300	.515	.875	-	-	13	.28	.15	.35	.82	-	-		
	12	.633	.568	.718	.930	-	-	13	.480	.400	.595	.910	-	-	14	.40	.27	.52	.92	-	-		
	13	.703	.638	.770	.955	-	-	14	.620	.525	.710	.960	-	-	15	.50	.42	.63	.95	-	-		
	14	.793	.730	.850	-	-	-	15	.695	.625	.800	-	-	-	16	.67	.50	.78	-	-	-		
	15	.843	.795	.903	-	-	-	16	.805	.700	.880	-	-	-	17	.73	.55	.82	-	-	-		
	16	.895	.838	.940	-	-	-	17	.845	.745	.900	-	-	-	18	.76	.61	.84	-	-	-		
	17	.915	.865	.948	-	-	-	18	.870	.785	.915	-	-	-	19	.84	.70	.91	-	-	-		
	18	.933	.893	.958	-	-	-	19	.915	.840	.955	-	-	-	20	.87	.77	.94	-	-	-		
	19	.958	.920	-	-	-	-	20	.935	.885	-	-	-	-	21	.90	.83	.96	-	-	-		
	20	-	.943	-	-	-	-	21	.950	.915	-	-	-	-	22	.93	.87	-	-	-	-		
	21	-	.958	-	-	-	-	22	-	.935	-	-	-	-	23	.93	.88	-	-	-	-		
	22	-	-	-	-	-	-	23	-	.940	-	-	-	-	24	.95	.92	-	-	-	-		
	23	-	-	-	-	-	-	24	-	.960	-	-	-	-	25	-	.95	-	-	-	-		

	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6
q = .4	3	-	-	-	-	.010	-	4	-	-	-	-	.025	.005	5	-	-	-	-	.05	.02
	4	-	-	-	-	.118	.063	5	-	-	-	-	.175	.105	6	-	-	-	-	.25	.11
	5	-	-	-	-	.423	.290	6	-	-	-	-	.460	.290	7	-	-	-	-	.55	.40
	6	-	-	-	.033	.710	.570	7	-	-	-	-	.725	.610	8	-	-	-	-	.81	.66
	7	-	-	.037	.095	.855	.795	8	-	-	-	.040	.895	.800	9	-	-	-	-	.91	.81
	8	.045		.085	.185	.950	.900	9	-	-	-	.090	.955	.905	10	-	-	-	.03	.96	.92
	9	.085	.047	.147	.358	-	.955	10	-	-	.040	.225	-	.960	11	-	-	-	.12	-	.95
	10	.157	.090	.240	.495	-	-	11	.030	-	.090	.390	-	-	12	-	-	.04	.30	-	-
	11	.233	.135	.325	.628	-	-	12	.150	.045	.180	.555	-	-	13	.03	-	.09	.49	-	-
	12	.345	.225	.450	.738	-	-	13	.160	.065	.285	.690	-	-	14	.06	-	.16	.61	-	-
	13	.432	.280	.550	.825	-	-	14	.250	.105	.405	.780	-	-	15	.10	.04	.26	.72	-	-
	14	.525	.370	.638	.883	-	-	15	.350	.165	.505	.850	-	-	16	.18	.06	.36	.84	-	-
	15	.623	.455	.715	.923	-	-	16	.465	.245	.610	.910	-	-	17	.30	.07	.44	.90	-	-
	16	.700	.535	.788	.955	-	-	17	.560	.295	.670	.940	-	-	18	.37	.09	.50	.92	-	-
	17	.758	.578	.820	-	-	-	18	.630	.385	.710	.950	-	-	19	.47	.16	.56	.95	-	-
	18	.798	.640	.840	-	-	-	19	.700	.470	.745	-	-	-	20	.56	.30	.60	-	-	-
	19	.838	.703	.868	-	-	-	20	.760	.575	.785	-	-	-	21	.64	.33	.72	-	-	-
	20	.873	.765	.890	-	-	-	21	.815	.630	.860	-	-	-	22	.69	.45	.77	-	-	-
	21	.903	.798	.928	-	-	-	22	.840	.710	.885	-	-	-	23	.73	.54	.80	-	-	-
	22	.918	.845	.943	-	-	-	23	.865	.770	.900	-	-	-	24	.77	.62	.82	-	-	-
	23	.930	.880	.950	-	-	-	24	.885	.815	.910	-	-	-	25	.81	.66	.86	-	-	-
	24	.940	.905	-	-	-	-	25	.905	.840	.930	-	-	-	26	.86	.74	.92	-	-	-
	25	.953	.918	-	-	-	-	26	.930	.875	.960	-	-	-	27	.89	.79	.95	-	-	-
	26	-	.938	-	-	-	-	27	.945	.900	-	-	-	-	28	.93	.82	-	-	-	-
	27	-	.950	-	-	-	-	28	.960	.915	-	-	-	-	29	.94	.88	-	-	-	-
	28	-	-	-	-	-	-	29	-	.945	-	-	-	-	30	.96	.90	-	-	-	-
	29	-	-	-	-	-	-	30	-	.955	-	-	-	-	31	-	.91	-	-	-	-
	30	-	-	-	-	-	-	31	-	-	-	-	-	-	32	-	.93	-	-	-	-
	31	-	-	-	-	-	-	32	-	-	-	-	-	-	33	-	.94	-	-	-	-
	32	-	-	-	-	-	-	33	-	-	-	-	-	-	34	-	.94	-	-	-	-
	33	-	-	-	-	-	-	34	-	-	-	-	-	-	35	-	.96	-	-	-	-

α = .5	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6
	4	-	-	-	-	.008	-	6	-	-	-	-	.040	.030	7	-	-	-	-	.10	.06
	5	-	-	-	-	.070	.033	7	-	-	-	-	.270	.195	8	-	-	-	-	.26	.16
	6	-	-	-	-	.265	.165	8	-	-	-	-	.485	.405	9	-	-	-	-	.52	.34
	7	-	-	-	.013	.533	.412	9	-	-	-	-	.695	.585	10	-	-	-	-	.72	.58
	8	-	-	-	.055	.723	.643	10	-	-	-	.025	.855	.765	11	-	-	-	-	.83	.71
	9	-	-	.027	.115	.843	.780	11	-	-	-	.080	.915	.850	12	-	-	-	-	.89	.88
	10	.035	.033	.070	.215	.923	.880	12	-	-	-	.190	.945	.940	13	-	-	-	.03	.95	.93
	11	.060	.058	.120	.320	.958	.925	13	-	-	.045	.335	.975	.965	14	-	-	-	.11	-	.98
	12	.128	.103	.205	.473	-	.973	14	.050	-	.090	.430	-	-	15	-	-	.05	.20	-	-
	13	.163	.135	.253	.590	-	-	15	.075	.040	.160	.550	-	-	16	.01	-	.09	.32	-	-
	14	.238	.185	.333	.665	-	-	16	.140	.070	.240	.660	-	-	17	.06	-	.12	.45	-	-
	15	.315	.253	.433	.753	-	-	17	.225	.130	.310	.745	-	-	18	.07	-	.16	.56	-	-
	16	.398	.330	.498	.825	-	-	18	.310	.215	.395	.805	-	-	19	.10	-	.19	.66	-	-
	17	.473	.390	.568	.870	-	-	19	.365	.275	.455	.870	-	-	20	.16	.05	.29	.77	-	-
	18	.553	.475	.638	.903	-	-	20	.445	.330	.555	.890	-	-	21	.25	.12	.40	.80	-	-
	19	.613	.545	.693	.935	-	-	21	.540	.420	.645	.920	-	-	22	.36	.18	.48	.85	-	-
	20	.673	.598	.760	.940	-	-	22	.610	.490	.715	.945	-	-	23	.43	.30	.54	.90	-	-
	21	.728	.650	.808	.960	-	-	23	.675	.575	.750	.950	-	-	24	.49	.38	.60	.91	-	-
	22	.785	.700	.845	-	-	-	24	.720	.625	.790	-	-	-	25	.55	.42	.64	.92	-	-
	23	.820	.763	.865	-	-	-	25	.765	.660	.815	-	-	-	26	.61	.46	.73	.96	-	-
	24	.855	.798	.890	-	-	-	26	.800	.695	.865	-	-	-	27	.67	.53	.78	-	-	-
	25	.880	.823	.905	-	-	-	27	.840	.745	.890	-	-	-	28	.74	.58	.84	-	-	-
	26	.903	.843	.930	-	-	-	28	.875	.785	.920	-	-	-	29	.81	.67	.87	-	-	-
	27	.923	.870	.943	-	-	-	29	.910	.830	.935	-	-	-	30	.84	.73	.90	-	-	-
	28	.940	.890	.958	-	-	-	30	.925	.865	.950	-	-	-	31	.88	.75	.91	-	-	-
	29	.955	.913	-	-	-	-	31	.945	.870	-	-	-	-	32	.89	.81	.92	-	-	-
	30	-	.933	-	-	-	-	32	.950	.900	-	-	-	-	33	.90	.84	.92	-	-	-
	31	-	.935	-	-	-	-	33	-	.920	-	-	-	-	34	.94	.84	.92	-	-	-
	32	-	.950	-	-	-	-	34	-	.925	-	-	-	-	35	.94	.88	.94	-	-	-
	33	-	-	-	-	-	-	35	-	.945	-	-	-	-	36	.94	.88	.94	-	-	-
	34	-	-	-	-	-	-	36	-	.945	-	-	-	-	37	.96	.89	.94	-	-	-
	35	-	-	-	-	-	-	37	-	.950	-	-	-	-	38	-	.91	.98	-	-	-
	36	-	-	-	-	-	-	38	-	-	-	-	-	-	39	-	.91	-	-	-	-
	37	-	-	-	-	-	-	39	-	-	-	-	-	-	40	-	.93	-	-	-	-
	38	-	-	-	-	-	-	40	-	-	-	-	-	-	41	-	.95	-	-	-	-

$C = D$

N = 25

N = 50

N = 100

q = .3	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6
	1	.17	.079	.11	.18	.18	.17	1	.02	.001	.01	.02	.02	.02	1	.00	-	-	.00	.00	.00
q = .4	2	.62	.420	.41	.62	.62	.62	2	.39	.155	.16	.37	.38	.39	2	.15	.025	.02	.15	.15	.15
	3	.89	.759	.71	.87	.88	.89	3	.76	.543	.48	.76	.76	.76	3	.60	.279	.25	.59	.60	.60
	4	.96	.913	.86	.97	.96	.96	4	.93	.818	.74	.93	.93	.93	4	.85	.653	.56	.84	.84	.85
	5	-	.969	.95	-	-	-	5	.98	.930	.88	.98	.98	.98	5	.94	.855	.77	.96	.95	.94
	6	-	-	-	-	-	-	6	-	.975	.96	-	-	-	6	.99	.945	.89	-	-	.99
	7	-	-	-	-	-	-	7	-	-	-	-	-	-	7	-	.976	.96	-	-	-
q = .5	1	.03	.019	.03	.04	.04	.03	1	.00	-	-	.00	.00	.00	1	-	-	-	-	-	-
	2	.33	.207	.21	.34	.34	.33	2	.10	.032	.04	.11	.11	.10	2	.01	-	-	.01	.01	.01
	3	.67	.539	.48	.67	.77	.67	3	.47	.262	.21	.47	.47	.47	3	.20	.063	.04	.20	.20	.20
	4	.86	.780	.70	.87	.91	.86	4	.72	.567	.48	.72	.72	.72	4	.55	.303	.20	.52	.54	.55
	5	.96	.900	.84	.95	.97	.96	5	.90	.781	.69	.89	.90	.90	5	.78	.586	.44	.77	.77	.78
	6	-	.948	.92	-	-	-	6	.98	.882	.82	.96	.97	.98	6	.92	.761	.66	.90	.91	.92
	7	-	.978	.96	-	-	-	7	-	.949	.90	-	-	-	7	.98	.889	.80	.98	.98	.98
	8	-	-	-	-	-	-	8	-	.976	.94	-	-	-	8	-	.947	.89	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	9	-	-	.98	-	-	-	9	-	.971	.94	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	10	-	-	.98	-	-	-
q = .6	1	.00	.044	.00	.00	.00	.00	1	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-
	2	.14	.086	.08	.15	.15	.14	2	.01	.004	.00	.01	.01	.01	2	-	-	-	-	-	-
	3	.43	.316	.28	.43	.43	.43	3	.19	.080	.07	.16	.18	.19	3	.03	.005	-	.03	.03	.03
	4	.70	.580	.50	.70	.70	.70	4	.43	.292	.24	.45	.44	.43	4	.19	.067	.05	.20	.20	.19
	5	.85	.758	.69	.85	.85	.85	5	.69	.522	.46	.69	.69	.69	5	.41	.251	.17	.46	.44	.41
	6	.92	.867	.81	.93	.92	.92	6	.84	.709	.63	.84	.84	.84	6	.67	.486	.37	.68	.67	.67
	7	.97	.930	.90	.97	.97	.97	7	.91	.834	.76	.91	.91	.91	7	.83	.677	.55	.82	.82	.83
	8	-	.961	.95	-	-	-	8	.96	.902	.85	.97	.97	.96	8	.91	.801	.69	.91	.91	.91
	9	-	-	-	-	-	-	9	-	.943	.90	-	-	-	9	.96	.878	.80	.97	.97	.96
	10	-	-	-	-	-	-	10	-	.968	.95	-	-	-	10	-	.930	.89	-	-	-
	11	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	11	-	.958	.93	-	-	-
	12	-	-	-	-	-	-	12	-	-	-	-	-	-	12	-	-	.96	-	-	-

	j	MENSAL						ANUAL					
		S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6
$q = .3$	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	1.000	1.000	1.000
	2	.585	.536	.511	.530	.351	.348	.300	.494	.420	.300	.300	.300
	3	.386	.349	.318	.309	.105	.122	.090	.199	.177	.090	.090	.090
	4	.269	.246	.215	.188	.031	.042	.027	.072	.073	.027	.027	.027
	5	.191	.175	.146	.114	-	-	-	.025	.020	-	-	-
	6	.139	.131	.104	.072	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	.104	.100	.076	.045	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	.075	.076	.055	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	9	.054	.057	.040	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	10	.039	.042	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$q = .4$	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	1.000	1.000	1.000
	2	.628	.594	.556	.588	.453	.442	.400	.589	.506	.400	.400	.400
	3	.446	.421	.372	.379	.184	.197	.160	.291	.260	.160	.160	.160
	4	.329	.315	.268	.252	.073	.088	.064	.135	.132	.064	.064	.064
	5	.250	.243	.195	.168	.029	.037	.026	.081	.067	.026	.026	.026
	6	.192	.191	.147	.115	-	-	-	.028	.033	-	-	-
	7	.147	.153	.112	.078	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	.113	.124	.085	.052	-	-	-	-	-	-	-	-
	9	.087	.099	.063	.036	-	-	-	-	-	-	-	-
	10	.067	.079	.048	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	11	.053	.065	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	12	.041	.052	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	13	-	.042	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

C = D	J	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6
	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	1.000	1.000	1.000
	2	.668	.613	.598	.642	.552	.533	.500	.670	.587	.500	.500	.500
	3	.505	.456	.430	.447	.279	.285	.250	.396	.353	.250	.250	.250
	4	.391	.348	.321	.320	.139	.153	.125	.221	.210	.125	.125	.125
	5	.308	.277	.248	.229	.069	.080	.063	.120	.124	.063	.063	.063
	6	.246	.227	.196	.167	.034	.042	.031	.068	.073	.031	.031	.031
	7	.198	.185	.155	.121	-	-	-	.038	.043	-	-	-
	8	.161	.153	.123	.088	-	-	-	-	-	-	-	-
	9	.130	.126	.097	.064	-	-	-	-	-	-	-	-
	10	.105	.104	.078	.048	-	-	-	-	-	-	-	-
	11	.088	.088	.063	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	12	.071	.072	.051	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	13	.057	.059	.040	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	14	.047	.049	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

T A B E L A 14

N = 300

N = 600

N = 1200

q = 3	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
	0	-	.000	.000	-	-	-	1	-	.000	.000	-	-	.000	2	-	.010	.030	-	-	.010
	1	-	.058	.080	.005	.008	.028	2	-	.125	.190	.030	.040	.115	3	-	.180	.330	.010	.050	.210
	2	-	.363	.425	.175	.200	.343	3	-	.440	.575	.195	.235	.490	4	-	.630	.720	.250	.350	.650
	3	-	.668	.758	.478	.510	.698	4	-	.770	.840	.510	.595	.785	5	-	.840	.920	.550	.630	.890
	4	.035	.880	.918	.720	.773	.893	5	-	.915	.955	.760	.795	.940	6	-	.930	.970	.810	.840	.980
	5	.138	.960	.983	.880	.898	.973	6	.045	.965	-	.905	.920	.990	7	.010	1.000	-	.950	.950	-
	6	.243	-	-	.953	.963	-	7	.150	-	-	.975	.975	-	8	.090	-	-	-	-	-
	7	.400	-	-	-	-	-	8	.310	-	-	-	-	-	9	.280	-	-	-	-	-
	8	.560	-	-	-	-	-	9	.505	-	-	-	-	-	10	.400	-	-	-	-	-
	9	.698	-	-	-	-	-	10	.615	-	-	-	-	-	11	.510	-	-	-	-	-
	10	.793	-	-	-	-	-	11	.705	-	-	-	-	-	12	.650	-	-	-	-	-
	11	.843	-	-	-	-	-	12	.790	-	-	-	-	-	13	.740	-	-	-	-	-
	12	.888	-	-	-	-	-	13	.850	-	-	-	-	-	14	.840	-	-	-	-	-
	13	.923	-	-	-	-	-	14	.910	-	-	-	-	-	15	.890	-	-	-	-	-
	14	.953	-	-	-	-	-	15	.945	-	-	-	-	-	16	.930	-	-	-	-	-
	15	-	-	-	-	-	-	16	.965	-	-	-	-	-	17	.960	-	-	-	-	-

Q = .4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
	2	-	.025	.027	.005	.005	.015	3	-	.025	.035	.015	-	.020	3	-	-	.000	-	-	-
	3	-	.158	.193	.057	.055	.118	4	-	.155	.215	.070	.045	.175	4	-	.020	.060	-	-	.020
	4	-	.398	.460	.208	.233	.440	5	-	.405	.510	.185	.215	.475	5	-	.130	.220	.030	.040	.230
	5	-	.645	.715	.418	.458	.715	6	-	.635	.705	.385	.450	.670	6	-	.360	.480	.160	.180	.430
	6	.050	.805	.845	.625	.668	.830	7	-	.785	.835	.575	.630	.825	7	-	.610	.670	.320	.380	.670
	7	.123	.890	.915	.770	.798	.915	8	.040	.900	.930	.735	.770	.930	8	-	.800	.860	.540	.580	.860
	8	.230	.950	.965	.855	.873	.965	9	.095	.935	.955	.830	.860	.965	9	-	.870	.910	.700	.740	.930
	9	.360	-	-	.910	.928	-	10	.210	.970	-	.900	.915	-	10	.030	.940	.960	.800	.830	.970
	10	.480	-	-	.948	.955	-	11	.335	-	-	.930	.950	-	11	.090	.980	-	.860	.900	-
	11	.578	-	-	.965	-	-	12	.455	-	-	.960	-	-	12	.200	-	-	.920	.960	-
	12	.668	-	-	-	-	-	13	.570	-	-	-	-	-	13	.320	-	-	.960	-	-
	13	.755	-	-	-	-	-	14	.690	-	-	-	-	-	14	.470	-	-	-	-	-
	14	.835	-	-	-	-	-	15	.765	-	-	-	-	-	15	.590	-	-	-	-	-
	15	.883	-	-	-	-	-	16	.810	-	-	-	-	-	16	.660	-	-	-	-	-
	16	.905	-	-	-	-	-	17	.840	-	-	-	-	-	17	.710	-	-	-	-	-
	17	.923	-	-	-	-	-	18	.870	-	-	-	-	-	18	.760	-	-	-	-	-
	18	.938	-	-	-	-	-	19	.900	-	-	-	-	-	19	.800	-	-	-	-	-
	19	.953	-	-	-	-	-	20	.940	-	-	-	-	-	20	.880	-	-	-	-	-
	20	-	-	-	-	-	-	21	.965	-	-	-	-	-	21	.930	-	-	-	-	-
	21	-	-	-	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	22	.940	-	-	-	-	-
	22	-	-	-	-	-	-	23	-	-	-	-	-	-	23	.960	-	-	-	-	-

J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
4	-	.033	.043	.013	.013	.043	4	-	-	.005	-	-	.000	6	-	.010	.010	-	-	.020
5	-	.168	.210	.078	.090	.208	5	-	.030	.060	-	.010	.055	7	-	.060	.080	-	.030	.120
6	-	.345	.400	.203	.235	.425	6	-	.095	.140	.035	.065	.185	8	-	.180	.240	.030	.080	.340
7	.023	.513	.573	.355	.403	.605	7	-	.240	.305	.105	.155	.370	9	-	.370	.430	.180	.240	.490
8	.065	.648	.708	.488	.553	.743	8	-	.420	.480	.220	.300	.555	10	-	.500	.560	.300	.390	.650
9	.133	.780	.823	.643	.688	.825	9	-	.600	.660	.435	.495	.690	11	-	.660	.720	.450	.540	.760
10	.215	.855	.880	.743	.788	.893	10	.025	.720	.765	.570	.620	.800	12	.020	.750	.840	.550	.640	.840
11	.293	.913	.933	.818	.858	.938	11	.085	.825	.860	.690	.745	.875	13	.080	.820	.870	.710	.760	.880
12	.388	.943	.963	.868	.900	.960	12	.145	.880	.925	.755	.810	.920	14	.120	.860	.890	.780	.810	.920
13	.478	.958	-	.918	.938	-	13	.215	.915	.940	.845	.880	.940	15	.200	.880	.940	.850	.890	.970
14	.575	-	-	.943	.953	-	14	.325	.935	.950	.885	.905	.960	16	.260	.940	.970	.900	.930	-
15	.678	-	-	.963	-	-	15	.425	.940	-	.925	.945	-	17	.370	.970	-	.920	.940	-
16	.733	-	-	-	-	-	16	.515	.970	-	.950	.970	-	18	.470	-	-	.960	.970	-
17	.793	-	-	-	-	-	17	.605	-	-	-	-	-	19	.550	-	-	-	-	-
18	.828	-	-	-	-	-	18	.665	-	-	-	-	-	20	.620	-	-	-	-	-
19	.865	-	-	-	-	-	19	.725	-	-	-	-	-	21	.700	-	-	-	-	-
20	.888	-	-	-	-	-	20	.765	-	-	-	-	-	22	.770	-	-	-	-	-
21	.915	-	-	-	-	-	21	.825	-	-	-	-	-	23	.830	-	-	-	-	-
22	.938	-	-	-	-	-	22	.870	-	-	-	-	-	24	.870	-	-	-	-	-
23	.955	-	-	-	-	-	23	.905	-	-	-	-	-	25	.880	-	-	-	-	-
24	-	-	-	-	-	-	24	.940	-	-	-	-	-	26	.930	-	-	-	-	-
25	-	-	-	-	-	-	25	.945	-	-	-	-	-	27	.940	-	-	-	-	-
26	-	-	-	-	-	-	26	.970	-	-	-	-	-	28	.940	-	-	-	-	-
27	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	29	.940	-	-	-	-	-
28	-	-	-	-	-	-	28	-	-	-	-	-	-	30	.940	-	-	-	-	-
29	-	-	-	-	-	-	29	-	-	-	-	-	-	31	.960	-	-	-	-	-

N = 300

N = 600

N = 1200

	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
c . = d	2	.043	-	-	-	-	-	3	.035	-	-	-	-	-	4	.020	-	-	-	-	-
	3	.190	-	-	-	-	-	4	.210	-	-	-	-	-	5	.260	-	-	-	-	-
	4	.463	-	-	.017	.017	.015	5	.515	-	-	-	-	.000	6	.510	-	-	-	-	-
	5	.725	.035	.040	.098	.110	.098	6	.710	-	-	.040	.045	.060	7	.710	-	-	.030	.050	.040
	6	.858	.090	.095	.225	.248	.253	7	.840	.050	.040	.140	.180	.175	8	.820	-	-	.080	.120	.110
	7	.920	.185	.185	.373	.423	.410	8	.905	.090	.110	.270	.325	.310	9	.910	.040	.050	.260	.290	.200
	8	.953	.325	.340	.543	.588	.568	9	.955	.190	.210	.445	.515	.490	10	.980	.090	.140	.400	.460	.460
	9	-	.460	.480	.673	.733	.700	10	-	.305	.350	.620	.670	.690	11	-	.250	.270	.560	.610	.640
	10	-	.578	.605	.788	.830	.828	11	-	.455	.485	.720	.750	.800	12	-	.400	.420	.670	.700	.760
	11	-	.690	.708	.855	.878	.898	12	-	.600	.620	.790	.820	.875	13	-	.540	.560	.700	.730	.840
	12	-	.783	.793	.900	.915	.940	13	-	.700	.715	.830	.850	.915	14	-	.670	.690	.810	.850	.900
	13	-	.843	.855	.923	.930	.960	14	-	.795	.810	.890	.920	.950	15	-	.730	.780	.850	.880	.930
	14	-	.893	.905	.948	.960	-	15	-	.845	.865	.920	.940	-	16	-	.800	.840	.900	.910	.950
	15	-	.920	.933	.960	-	-	16	-	.890	.910	.950	.955	-	17	-	.840	.870	.950	.950	-
	16	-	.943	.953	-	-	-	17	-	.920	.935	-	-	-	18	-	.890	.900	-	-	-
	17	-	.958	-	-	-	-	18	-	.945	.950	-	-	-	19	-	.920	.930	-	-	-
	18	-	-	-	-	-	-	19	-	.960	-	-	-	-	20	-	.950	.960	-	-	-

	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
$\alpha = .4$	2	.017	-	-	-	-	-	3	.040	-	-	-	-	-	3	.000	-	-	-	-	-
	3	.188	-	-	-	-	-	4	.240	-	-	-	-	-	4	.090	-	-	-	-	-
	4	.473	-	-	.010	.013	.008	5	.495	-	-	-	.010	-	5	.280	-	-	-	-	-
	5	.710	.020	.020	.065	.118	.075	6	.750	-	-	.045	.075	.050	6	.570	-	-	-	-	-
	6	.865	.080	.100	.205	.300	.205	7	.870	.035	.045	.120	.200	.135	7	.760	-	-	-	.030	-
	7	.938	.210	.235	.363	.470	.378	8	.945	.105	.135	.220	.370	.250	8	.890	-	.000	.040	.110	.040
	8	.975	.350	.403	.523	.628	.545	9	.965	.185	.260	.435	.565	.485	9	.930	.050	.080	.180	.290	.240
	9	-	.478	.545	.683	.763	.720	10	-	.330	.435	.570	.695	.625	10	.960	.120	.210	.340	.480	.400
	10	-	.620	.693	.778	.843	.808	11	-	.495	.570	.730	.810	.755	11	-	.250	.320	.550	.650	.600
	11	-	.730	.778	.860	.903	.880	12	-	.585	.665	.800	.860	.815	12	-	.330	.450	.660	.750	.690
	12	-	.793	.833	.900	.928	.910	13	-	.695	.775	.860	.900	.880	13	-	.470	.590	.740	.820	.780
	13	-	.850	.890	.928	.948	.943	14	-	.805	.855	.915	.945	.935	14	-	.640	.720	.830	.890	.870
	14	-	.905	.930	.958	.973	.968	15	-	.845	.895	.940	.970	.950	15	-	.690	.790	.880	.940	.900
	15	-	.925	.950	-	-	-	16	-	.875	.920	.965	-	-	16	-	.750	.840	.930	.970	.960
	16	-	.940	-	-	-	-	17	-	.920	.950	-	-	-	17	-	.840	.900	.960	-	-
	17	-	.963	-	-	-	-	18	-	.925	-	-	-	-	18	-	.850	.930	-	-	-
	18	-	-	-	-	-	-	19	-	.960	-	-	-	-	19	-	.920	.970	-	-	-
	19	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	-	20	-	.930	-	-	-	-
	20	-	-	-	-	-	-	21	-	-	-	-	-	-	21	-	.970	-	-	-	-

C ₁ = 5	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
	2	.020	-	-	-	-	-	3	.045	-	-	-	-	-	4	.040	-	-	-	-	-
3	.183	-	-	-	.003	-	-	4	.215	-	-	-	-	-	5	.300	-	-	-	-	-
4	.450	.000	.003	.020	.063	.017	-	5	.530	-	-	.020	.040	.020	6	.630	-	-	-	.020	-
5	.738	.053	.075	.120	.198	.120	-	6	.780	-	.030	.085	.150	.085	7	.800	-	-	.030	.110	.030
6	.890	.130	.198	.293	.400	.315	-	7	.890	.045	.115	.225	.330	.210	8	.890	.000	.030	.140	.310	.160
7	.948	.243	.360	.490	.588	.488	-	8	.940	.115	.250	.395	.530	.415	9	.960	.080	.190	.260	.460	.330
8	.973	.405	.528	.645	.738	.650	-	9	.980	.265	.475	.540	.685	.605	10	-	.200	.420	.480	.670	.580
9	-	.568	.690	.748	.835	.785	-	10	-	.440	.630	.695	.805	.755	11	-	.410	.600	.640	.800	.750
10	-	.690	.800	.840	.903	.873	-	11	-	.620	.775	.805	.900	.870	12	-	.520	.690	.740	.860	.820
11	-	.805	.880	.903	.953	.930	-	12	-	.690	.825	.860	.930	.910	13	-	.580	.760	.790	.920	.860
12	-	.845	.915	.930	-	.955	-	13	-	.745	.870	.890	.960	.930	14	-	.720	.850	.850	.980	.900
13	-	.870	.935	.943	-	-	-	14	-	.850	.920	.925	-	.950	15	-	.780	.920	.900	-	.960
14	-	.925	.960	.963	-	-	-	15	-	.885	.960	.950	-	-	16	-	.870	.930	.910	-	-
15	-	.943	-	-	-	-	-	16	-	.930	-	-	-	-	17	-	.900	.950	.940	-	-
16	-	.965	-	-	-	-	-	17	-	.950	-	-	-	-	18	-	.930	-	.970	-	-
17	-	-	-	-	-	-	-	18	-	-	-	-	-	-	19	-	.980	-	-	-	-

T A B E L A 16

N = 25

N = 50

N = 100

q = .3	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
	0	.010	.019	.098	.019	.125	.119	0	.000	.000	.005	.000	.011	.009	0	-	-	.000	-	.000	.000
	1	.422	.368	.832	.368	.788	.792	1	.170	.127	.684	.127	.610	.612	1	.035	.023	.463	.023	.377	.381
	2	.830	.742	.982	.742	.970	.971	2	.671	.530	.960	.530	.936	.938	2	.437	.270	.922	.270	.872	.877
	3	.957	.914	-	.914	-	-	3	.907	.824	-	.824	.991	.992	3	.813	.677	.994	.677	.982	.983
	4	-	.971	-	.971	-	-	4	.974	.937	-	.937	-	-	4	.948	.878	-	.878	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	5	-	.982	-	.982	-	-	5	.986	.962	-	.962	-	-
q = .4	0	.001	.002	.014	.002	.019	.018	0	-	-	.000	-	.000	.000	0	-	-	.000	-	.000	.000
	1	.207	.182	.576	.182	.521	.524	1	.042	.030	.316	.030	.256	.259	1	.003	.001	.095	.001	.058	.063
	2	.636	.550	.923	.550	.886	.890	2	.374	.271	.843	.271	.769	.778	2	.127	.065	.706	.065	.580	.595
	3	.871	.796	.990	.796	.980	.980	3	.738	.605	.979	.605	.960	.959	3	.531	.343	.957	.343	.919	.917
	4	.954	.918	-	.918	-	-	4	.901	.827	-	.827	-	-	4	.802	.672	-	.672	.984	.984
	5	-	.968	-	.968	-	-	5	.968	.926	-	.926	-	-	5	.935	.847	-	.847	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	6	-	.965	-	.965	-	-	6	.976	.923	-	.923	-	-
7	-	-	-	-	-	-	7	-	-	-	-	-	-	7	-	.968	-	.968	-	-	
q = .5	0	.000	.001	.002	.001	.001	.001	0	-	-	.000	-	.000	.000	0	-	-	-	-	-	-
	1	.083	.075	.288	.075	.247	.249	1	.005	.006	.080	.006	.052	.053	1	-	-	.008	-	.001	.001
	2	.423	.349	.756	.349	.685	.697	2	.155	.101	.548	.101	.441	.461	2	.121	.004	.290	.004	.184	.200
	3	.715	.636	.939	.636	.899	.906	3	.475	.364	.870	.364	.791	.804	3	.212	.118	.746	.118	.612	.631
	4	.876	.813	.986	.813	.970	.973	4	.741	.631	.966	.631	.933	.938	4	.525	.373	.933	.373	.867	.877
	5	.948	.906	-	.906	-	-	5	.879	.796	-	.796	.979	.980	5	.762	.620	.977	.620	.954	.957
	6	.977	.956	-	.956	-	-	6	.945	.900	-	.900	-	-	6	.882	.800	-	.800	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	7	.979	.952	-	.952	-	-	7	.952	.896	-	.896	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	8	-	-	-	-	-	-	8	-	.938	-	.938	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	9	-	.967	-	.967	-	-

N = 25

N = 50

N = 100

$q = .3$	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4	J	S1-2	S1-3	S1-4	S2-3	S2-4	S3-4
	0	.058	.005	.004	.067	.010	.009	0	.004	.000	.000	.006	.000	.000	0	.000	-	-	.000	-	-
$q = .4$	1	.732	.378	.408	.620	.289	.300	1	.512	.128	.147	.365	.081	.084	1	.257	.022	.023	.129	.005	.005
	2	.967	.823	.845	.911	.702	.724	2	.933	.665	.700	.816	.476	.510	2	.862	.433	.486	.667	.219	.252
	3	-	.960	.968	.980	.905	.915	3	.990	.910	.927	.956	.799	.823	3	.981	.819	.854	.913	.629	.671
	4	-	-	-	-	.969	.973	4	-	.978	.983	-	.930	.938	4	-	.952	.965	.982	.855	.871
	5	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	.974	.976	5	-	-	-	-	.947	.952
	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	.982	-
$q = .5$	0	.031	.001	.001	.042	.003	.003	0	.002	.000	.000	.002	.000	.000	0	.000	-	-	.000	-	-
	1	.652	.284	.312	.567	.242	.247	1	.406	.073	.081	.301	.056	.058	1	.171	.007	.008	.092	.003	.003
	2	.935	.740	.781	.890	.668	.683	2	.863	.521	.585	.774	.420	.445	2	.737	.262	.335	.602	.169	.189
	3	.990	.926	.944	.973	.883	.894	3	.980	.843	.879	.941	.763	.784	3	.956	.699	.768	.879	.567	.599
	4	-	.982	.986	-	.962	.968	4	-	.958	.970	.985	.915	.929	4	-	.914	.938	.967	.825	.853
	5	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	.973	.978	5	-	.970	.982	-	.942	.952
$q = .5$	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	.979	-
	0	.031	.002	.000	.039	.002	.002	0	.000	.000	.000	.002	-	.000	0	.000	-	-	.000	-	-
	1	.570	.245	.287	.525	.242	.246	1	.302	.056	.074	.255	.049	.051	1	.085	.003	.005	.067	.004	.004
	2	.909	.690	.756	.868	.681	.692	2	.809	.449	.546	.738	.436	.450	2	.640	.197	.285	.545	.196	.207
	3	.983	.900	.937	.968	.896	.904	3	.963	.797	.870	.928	.787	.801	3	.922	.628	.750	.859	.607	.630
	4	-	.969	.985	-	.968	.971	4	-	.933	.967	.982	.929	.934	4	.984	.861	.930	.963	.852	.866
$q = .5$	5	-	-	-	-	-	-	5	-	.978	-	-	.977	.979	5	-	.952	.980	-	.948	.953
	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	.984	-

MENSAL

ANUAL

q = .3	J	S.1-2	S.1-3	S.1-4	S.2-3	S.2-4	S.3-4	S.1-2	S.1-3	S.1-4	S.2-3	S.2-3	S.3-4
	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	.506	.291	.268	.340	.323	.272	.238	.128	.094	.309	.130	.126
	3	.294	.105	.088	.137	.121	.084	.057	.015	.010	.100	.019	.017
	4	.187	.043	.030	.059	.050	.029	.015	-	-	.032	-	-
	5	.119	-	-	.025	-	-	-	-	-	-	-	-
	6	.078	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	7	.052	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	.034	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
q = .4	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	.571	.387	.370	.431	.417	.366	.322	.205	.165	.383	.209	.204
	3	.370	.174	.160	.213	.199	.158	.106	.041	.027	.154	.043	.041
	4	.249	.085	.072	.114	.104	.071	.036	-	-	.063	-	-
	5	.169	.043	.035	.060	.053	.031	-	-	-	.025	-	-
	6	.122	-	-	.034	.028	-	-	-	-	-	-	-
	7	.085	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	.062	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	9	.042	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

S = b	J	S.1-2	S.1-3	S.1-4	S.2-3	S.2-4	S.3-4	S.1-2	S.1-3	S.1-4	S.2-3	S.2-4	S.3-4
	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	.618	.475	.469	.509	.505	.465	.404	.290	.253	.457	.301	.294
	3	.413	.261	.251	.292	.286	.240	.168	.090	.065	.220	.094	.089
	4	.315	.156	.145	.179	.172	.135	.071	.027	.017	.105	.028	.026
	5	.229	.090	.080	.112	.103	.072	.030	-	-	.052	-	-
	6	.169	.053	.046	.070	.062	.042	-	-	-	.027	-	-
	7	.129	.034	-	.046	.040	-	-	-	-	-	-	-
	8	.099	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	9	.075	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	10	.055	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	11	.043	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

MENSAL

ANUAL

q = .3	J	S.1-2	S.1-3	S.1-4	S.2-3	S.2-4	S.3-4	S.1-2	S.1-3	S.1-4	S.2-3	S.2-4	S.3-4
	0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1	.358	.550	.550	.513	.510	.510	.129	.232	.213	.210	.316	.301
	2	.151	.344	.342	.301	.293	.289	.015	.053	.045	.044	.103	.093
	3	.071	.230	.227	.185	.177	.170	-	-	-	-	.033	.028
	4	.033	.150	.146	.115	.109	.103	-	-	-	-	-	-
	5	-	.102	.097	.074	.068	.065	-	-	-	-	-	-
	6	-	.070	.057	.047	.043	.040	-	-	-	-	-	-
	7	-	.049	.047	-	-	-	-	-	-	-	-	-
q = .4	0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1	.360	.558	.550	.511	.501	.519	.156	.273	.245	.216	.317	.306
	2	.149	.344	.333	.298	.280	.290	.027	.075	.060	.050	.104	.096
	3	.068	.228	.215	.185	.168	.175	-	.021	.015	-	.034	.031
	4	.032	.155	.142	.116	.102	.118	-	-	-	-	-	-
	5	-	.103	.093	.071	.059	.064	-	-	-	-	-	-
	6	-	.071	.051	.046	.035	.039	-	-	-	-	-	-
	7	-	.046	.040	-	-	-	-	-	-	-	-	-
q = .5	0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1	.358	.541	.528	.503	.481	.506	.188	.298	.252	.229	.305	.297
	2	.156	.330	.307	.283	.256	.280	.036	.090	.064	.055	.094	.089
	3	.072	.210	.188	.169	.146	.164	-	.028	.016	.014	.029	.027
	4	.033	.137	.118	.102	.083	.096	-	-	-	-	-	-
	5	-	.088	.071	.062	.047	.055	-	-	-	-	-	-
	6	-	.058	.045	.037	-	.032	-	-	-	-	-	-
	7	-	.038	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

N=300 N=600 N=1200

$q = .3$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
	1	.025	.000	.000
	2	.595	.355	.110
	3	.933	.865	.730
	4	.993	.985	.970

$q = .4$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
	1	.000	-	-
	2	.060	.005	.000
	3	.570	.345	.110
	4	.888	.805	.660
	5	.963	.925	.870
	6	-	.985	.970

$q = .5$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
	2	.000	-	-
	3	.075	.010	-
	4	.473	.250	.050
	5	.755	.580	.350
	6	.920	.845	.700
	7	.973	.945	.890
	8	-	.975	.950

$q = .3$	J	S.5-6
	1	1.000
	2	.135
	3	.018

$q = .4$	J	S.5-6
	1	1.000
	2	.232
	3	.055
	4	.011

$q = .5$	J	S.5-6
	1	1.000
	2	.331
	3	.112
	4	.038

N=25 N=50 N=100

$q = .3$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
	0	.098	.005	.000
	1	.832	.684	.463
	2	.982	.960	.922
	3	-	-	.994

$q = .4$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
	0	.014	.000	.000
	1	.576	.316	.095
	2	.923	.843	.706
	3	.990	.979	.957

$q = .5$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
	0	.002	.000	-
	1	.288	.080	.008
	2	.756	.548	.290
	3	.939	.870	.746
	4	.986	.966	.933
	5	-	-	.977

$q = .3$	J	S.5-6
	1	1.000
	2	.094
	3	.010

$q = .4$	J	S.5-6
	1	1.000
	2	.165
	3	.027

$q = .5$	J	S.5-6
	1	1.000
	2	.253
	3	.065
	4	.017

N=300 N=600 N=1200

$q = .3$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
2		.043	.000	.000
3		.513	.265	.080
4		.838	.705	.490
5		.940	.880	.770
6		.980	.960	.920
7		.	.	.970

$q = .4$	J	S.5-4	S.5-6	S.5-6
2		.030	.005	-
3		.338	.140	.010
4		.755	.590	.310
5		.913	.835	.670
6		.975	.950	.900
7		-	-	.970

$q = .5$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
2		.020	.000	-
3		.375	.145	.020
4		.758	.570	.330
5		.923	.845	.710
6		.973	.945	.890
7		-	.970	.940
8		-	-	.990

$q = .3$	J	S.5-6
1		1.000
2		.247
3		.061
4		.014

$q = .4$	J	S.5-6
1		1.000
2		.269
3		.071
4		.020

$q = .5$	J	S.5-6
1		1.000
2		.265
3		.069
4		.018

N=25 N=50 N=100

$q = .3$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
0		.004	.000	-
1		.408	.147	.023
2		.845	.700	.486
3		.968	.927	.854

$q = .4$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
0		.001	.000	-
1		.312	.081	.008
2		.781	.585	.335
3		.944	.879	.768
4		.986	.970	.938
5		-	-	.982

$q = .5$	J	S.5-6	S.5-6	S.5-6
0		.000	.000	-
1		.287	.074	.005
2		.756	.546	.285
3		.937	.870	.750
4		.985	.967	.930
5		-	-	.980

$q = .3$	J	S.5-6
1		1.000
2		.213
3		.045

$q = .4$	J	S.5-6
1		1.000
2		.245
3		.060
4		.015

$q = .5$	J	S.5-6
1		1.000
2		.252
3		.064
4		.016

VI - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A metodologia desenvolvida nos Capítulos III e IV permitiu, aliada aos resultados obtidos e apresentados no Capítulo V, que se efetuasse uma avaliação das disponibilidades de água, considerando-se uma única região, como também a disponibilidade de transferência de água no caso da interligação de duas regiões. Desse modo acredita-se ter cumprido os objetivos propostos, e os principais procedimentos que viabilizaram o que foi dito acima serão aqui desenvolvidos.

Inicialmente, através da comparação entre os métodos exato e experimental que indicou a adequacidade do emprego deste último quando o primeiro não é disponível, pode-se determinar para o caso de uma região considerada isoladamente (univariado), as probabilidades de que o maior comprimento de run seja menor ou igual a um valor J , em séries finitas, e as probabilidades de que os comprimentos de runs, em séries infinitas, sejam maior ou igual a um valor J , permitindo que se determine em qual das regiões sujeitas à análise se apresenta o maior valor J , e onde é menor a probabilidade de ocorrência de seca, para níveis de demanda previamente estabelecidos. Tal modo de se encarar o caso univariado pode ser expandido para o caso bivariado para quaisquer das alternativas desejadas: negativa-negativa, negativa-positiva, etc.

A metodologia apresentada para efetuar a avaliação da representatividade da situação crítica histórica indicou suavidade quanto aos resultados obtidos através do método experimental, quando no caso mensal o maior comprimento de um run se apresentou

com valores de probabilidades de ocorrência inferior ao valor esperado. No entanto, para o caso anual, tal avaliação indicou severidade por ocasião da mesma comparação, apresentando valores superiores ao valor esperado.

No caso bivariado negativo-negativo as distribuições já mencionadas apresentaram-se dependentes do nível de corte q considerado, enquanto que para o caso negativo-positivo a influência (variância explicada) do nível de corte q é reduzida.

A comparação entre os valores das distribuições de probabilidades dos comprimentos de runs em séries infinitas, obtidas através dos métodos experimental e aproximado, indicou a adequação do uso deste último quando não se conta com recursos exatos ou experimentais.

Recomenda-se a investigação, e a possível padronização de métodos que permitam melhor identificação:

- a) do número de harmônicas significativas na componente determinística periódica das sequências hidrológicas
- b) da periodicidade dos coeficientes de correlação de série.

BIBLIOGRAFIA

- 1 ANDERSON, R.L. - 1941 - "Distribution of the Serial Correlation Coefficients" - Annals of Matm. Statistics: (8) 1.
- 2 ANDERSON, T.W. - 1971 - "The Statistical Analysis of Time Series" - J. Willey & Sons.
- 3 ARAUJO, R.P. - 1974 - "Transformação e Estimação de Parâmetros para Modelos Adaptados a Previsões de Séries Temporais" - Tese de Mestrado da PUC-RJ.
- 4 BARTLETT, M.S. - 1950 - "Periodogram Analysis and Continuous Spectra" - Biometrika (37).
- 5 BATEMAN, G. - 1948 - "On the Power Function of the Longest Run-Length as a Test for Randomness in a Sequence of Alternatives" - Biometrika (35).
- 6 BATICLE, M.E. - 1946 - "Le Problème des Stocks" - Comptes Rendus, Academie des Sciences, Paris, 222, PT 1, JAN-MAR.
- 7 BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. - 1970 - "Time Séries Analysis FORECASTING AND CONTROL" - Holden Day.
- 8 BRAGA, B.P.F.; LOTUFO, J.G. - 1973 - "Geração de Séries Sintéticas de Vazões" - Boletim Técnico nº 1, DAEE - DP.
- 9 BURROUGHS CORPORATION - 1971 - "B6700 Mathematical Intrinsic Information Manual" - Burroughs, Detroit.
- 10 COX, D.R.; Miller, M.R. - 1968 - "The Theory of Stochastic Process" - J. Willey & Sons.
- 11 CRAMER, H. - 1946 - "Mathematical Methods of Statistics" - Princeton University Press.

- 12 DAMASCENO, G.M.C. et al. - 1971 - "Frentes de Serviço - Estudo Sócio Econômico da População Atingida pela Seca de 1970" - Minter-DNOCS.
- 13 DAVID, F.N.; BARTON, D.E. - 1962 - "Combinatorial Chance" - Griffin.
- 14 DOWNER, R.N.; SIDDIQI, M.M.; YEVJEVICH, V. - 1967 - "Applications of Runs to Hydrologic Droughts" - Proceedings of the International Hydrology Symposium, Fort Collins, Colorado.
- 15 FELLER, W. - 1957 - "An Introduction to Probability Theory and its Applications" - Vol. 1, J. Willey & Sons.
- 16 FISHER, R.A. - 1929 - "Tests of Significance in Harmonic Analysis" - Proc. of Royal Soc. of London, Ser. A, V. 125.
- 17 GRENANDER, U.; ROSENBLATT, M. - 1957 - "Statistical Analysis of Stationary Time Series" - J. Willey & Sons.
- 18 GUERRERO, P.; YEVJEVICH, V. - 1975 - "Analysis of Drought Characteristics by the Theory of Runs" - Hydrology Paper Nº 80, Colorado State University.
- 19 HANNAN, E.J. - 1970 - "Multiple Time Series" - J. Willey & Sons
- 20 JORNAL DO BRASIL - 1975 - "Lavrador Prevê Chuvas no Piauí" - Edição de 02 de outubro - 2º Clichê.
- 21 KENDALL, M.G. - 1973 - "Time Series" - Griffin
- 22 LATTARI, L.A. - 1974 - "Otimização Implícita Estocástica para Operação de Reservatórios" - Tese de Mestrado - COPPE / UFRJ.
- 23 LATTARI, L.A., GUERRERO, P. - 1975 - "Modelagem Hidrológica para Estudos de Operação a Longo Prazo de Sistemas Hidrelétricos" - Revista Brasileira de Energia Elétrica Nº 30.

- 24 LISBOA, M.A.R. - 1959 - "Problemas das Secas" - Publicação Nº 1, DNOCS.
- 25 LLAMAS, J.; SIDDIQI, M.M. - 1969 - "Runs of Precipitation Series" - Hydrology Paper Nº 33, Colorado State University
- 26 MACHADO, D. - 1970 - "Modelos Estocásticos para Análise e Simulação de Sequências Hidrológicas" - Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ.
- 27 MAHER, J.V. - 1966 - "Drought Assesment by Statistical Analysis of Rainfall" - W.M.O. Regional Seminar on Agrometeorology, Melbourne.
- 28 MATALAS, N.C. - 1967 - "Mathematical Assesment of Sinthetic Hydrology" - Water Resources Research, (3) 4.
- 29 MILLAN, J.; YEVJEVICH, V. - 1971 - "Probabilities of Observed Drought" - Hydrology Paper nº 50, Colorado State University.
- 30 MILLAN, J. - 1972 - "Drought Impact on Regional Economy" - Hydrology Paper Nº 55, Colorado State University.
- 31 MOIVRE, A. DE - 1738 - "The Doctrine of Chances, or a Method of Calculating the Probabilities of Events in Play" - New Impression of Second Edition, 1967, Frank Cass.
- 32 MOOD, A.M. - 1940 - "The Distribution Theory of Runs" - Annals of Mathematical Statistics, 11.
- 33 MUREAU, D.M. - 1971 - "The Synthesis of Flow in North Carolina Streams for Computer Simulation Experiments" - Water Resources Research Institute of the Universities of North Carlonina, Report Nº 50.
- 34 NAYLOR, T.H. et al. - 1971 - "Técnicas de Simulação em Computação" - Ed. Vozes.
- 35 ORD, J.K. - 1972 - "Families of Frequency Distributions" - Griffin's Statistical Monographs and Courses, Griffin.

- 36 PARZEN, E. - 1967 - "An Approach to Time Series Analysis" - In Time Series Analysis Papers, Edited by E. Parzen, G.M. Jenkins, Holden Day.
- 37 PEGRAM, G.G.S.; JAMES, W. - 1972 - "Multilag Multivariate Autoregressive Model for the Generation of Operational Hydrology" - Water Resources Research (8) 4.
- 38 PINHEIRO, L.C.M. - 1959 a - "Notas Sobre as Secas" - Publicação Nº 209 - DNOCS.
- 39 PINHEIRO, L.C.M. - 1959 b - "Obras Contra os Efeitos das Secas" - Publicação Nº 197 - DNOCS.
- 40 RAMOS, R.P.L. - 1976 "Referência Pessoal"
- 41 RODRIGUEZ-ITURBE, I., et al. - 1968 - "The Investigation of Relationship Between Hydrologic Time Series and Sunspot Numbers" - Hydrology Paper Nº 26, Colorado State University.
- 42 RODRIGUEZ-ITURBE, I., et al. - 1971 - "Adequacy of Markovian Models with Cyclic Components for Stochastic Streamflow Simulation" - Water Resources Research (7) 5.
- 43 SADARRIAGA, J.; YEVJEVICH, Y. - 1970 - "Application of Run Lengths to Hydrologic Series" - Hydrology Paper Nº 40 , Colorado State University.
- 44 SCHUSTER, A. - "On the Investigation of Hidden Periodicities with Application to a Supposed 26 Day Period of a Meteorological Phenomena" - Terr. Mag. (3) 1 . (J. of Geo. Research).
- 45 SIDDIQQI, M.M. - 1957 - "Trabalho não Publicado" - Citado em Yevjevich (1972 b).

- 46 SLUTSKY, E. - 1937 - "The Summation of Random Causes as the Sources of Cyclic Processes" - Econometrika, (5).
- 47 SOUZA, R.C. - 1974 - "Identificação e Testes Estatísticos de Modelos Adaptados à Previsão de Séries Temporais" - Tese de Mestrado - PUC-RJ.
- 48 STAMATO, J.J. - 1973 - "Algumas Aplicações das Distribuições de Chorrilhos" B. Inf. CPD-SCE (6) 4.
- 49 SUBRA MANYAN, V.P. - 1967 - "Incidence and Spread of Continental Drought" - Report Nº 2, Reports on WMO/IHD Projects W.M.O.
- 50 TAKEUCHI, K. - 1974 - "Regional Water Exchange for Drought Alleviation" - Hydrology Paper Nº 70, Colorado State University.
- 51 TUKEY, J.W. - 1950 - "The Sampling Theory of Power Spectrum Estimates" - Symposium on Applications of Autocorrelation Analysis to Physical Problems, U.S. Office of Naval Research (Navexos-P-735).
- 52 TUKEY, J.W. - 1961 - "Discussion Emphasizing the Connection Between Analysis of Variance and Spectral Analysis" - Technometrics (3) 2.
- 53 TUKEY, J.W. - 1967 - "An Introduction to the Calculations of Numerical Spectrum Analysis" - B. Harris Editor, J. Wiley & Sons.
- 54 USPENSKY, J.V. - 1937 - "Introduction to Mathematical Probability" - McGraw Hill.
- 55 WHITWORTH, W.A. - 1896 - "Choice and Chance" - Deighton Beel & Co., New Impression by Hafner Pub. Co.
- 56 WOLD, H. - 1954 - "A Study in the Analysis of Stationary Time Series" - Uppsala, Second Edition.

- 57 YEVIJEVICH, V. - 1967 - "An Objective Approach to Definitions and Investigations of Continental Hydrologic Droughts" - Hydrology Paper N° 23, Colorado State University.
- 58 YEVIJEVICH, V. - 1972a - "Structural Analysis of Hydrologic Time Series" - Hydrology Paper N° 56, Colorado State University.
- 59 YEVIJEVICH, V. - 1972 b - "Stochastic Processes in Hydrology" - Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado .
- 60 YOUNG, G.K.; PISANO, W.C. - 1967 - "Discussion of Mathematical Assesment of Synthetic Hydrology by N.C. Matalas" - Water Resources Research (4) 3.
- 61 YOUNG, G.K.; PISANO, W.C. - 1968 - "Operational Hydrology Using Residuals" - J.H.D., ASCE, HY4, 94.
- 62 YULE, G.U. - 1927 - "On a Method of Investigation Periodicities in Disturbed Series with Special Reference to Wølfer's Sunspot Numbers" - Phil. Trans., Ser A (226).